Nom : **Prénom :** **2 heures**

40	

Devoir commun de première S / Version A

♣ Ce devoir porte sur l'intégralité du 1er trimestre.

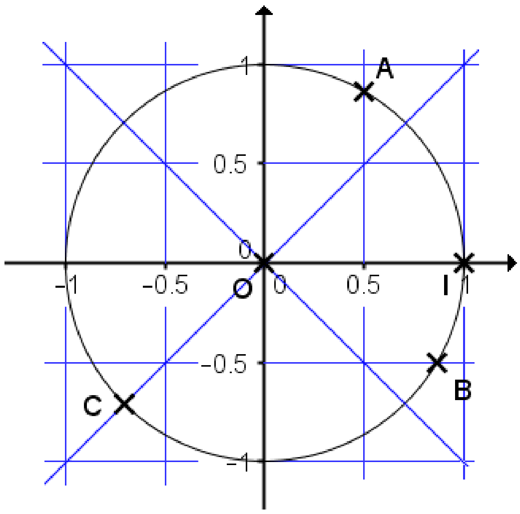
♦ La calculatrice est autorisée.

♥ Tout le devoir se fait en complétant le sujet.

♠ Le barème tient compte du soin et de la qualité de la rédaction.

Exercice 1 (… … / **7 points**)

Trois points A, B et C sont placés sur le cercle trigonométrique dans le repère ci-contre.



1. Lire la mesure appartenant à l'intervalle $]-\pi\,;\pi\,]$ qui repère chacun des points A, B et C. / 1,5

2. Placer sur le cercle trigonométrique ci-contre les points $E\left(\frac{11\pi}{4}\right)$, $F\left(\frac{-5\pi}{6}\right)$ et $G\left(\frac{31\pi}{2}\right)$. / 1,5

3. Compléter alors le tableau suivant avec les valeurs exactes des cosinus et sinus des mesures précédentes. / 2

x	$\frac{11\pi}{4}$	$\frac{-5\pi}{6}$	$\frac{31\pi}{2}$
$\cos(x)$			
$\sin(x)$			

4. Déterminer la mesure principale de $\frac{1515\pi}{4}$ en prenant soin d'expliquer la démarche. / 2

<u>Exercice 2</u> (… … / **6 points**)

Pour chacune des propositions suivantes, reporter **la ou les bonnes réponses** dans le tableau en bas de page.
Aucune justification n'est demandée.

Q1 Quelles sont les valeurs qui sont solutions de l'équation $\cos(x) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$?

A	B	C	D
Tous les réels de la forme $\dfrac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$	Tous les réels de la forme $-\dfrac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$	Tous les réels de la forme $\dfrac{3\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$	Tous les réels de la forme $\dfrac{5\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Q2 L'ensemble des solutions de l'inéquation $\cos(x) \geq -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ dans $[\,0;2\pi\,[$ est …

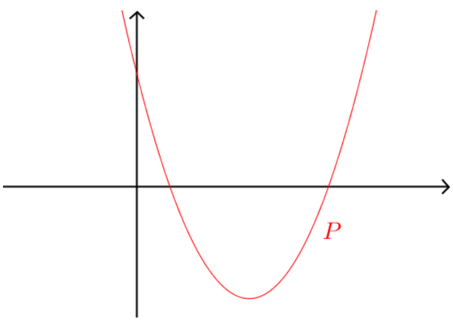
A	B	C	D
$\left[\dfrac{3\pi}{4};\dfrac{5\pi}{4}\right]$	$\left[0;\dfrac{3\pi}{4}\right] \cup \left[\dfrac{5\pi}{4};2\pi\right[$	$\left[\dfrac{-3\pi}{4};\dfrac{3\pi}{4}\right]$	$\left[0;\dfrac{5\pi}{4}\right] \cup \left[\dfrac{7\pi}{4};2\pi\right[$

Q3 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 4\sqrt{2}\,x + 6$. Alors il est certain que …

A	B	C	D
f est décroissante sur $]-\infty;2{,}83]$.	Le minimum de f sur $\mathbb{R}$ est -2 .	f est décroissante sur $]-\infty;2{,}7]$.	Le minimum de f sur $\mathbb{R}$ est atteint en $2\sqrt{2}$.

Q4 La parabole P ci-dessous représente un trinôme du second degré $ax^2 + bx + c$ de discriminant Δ .
Alors, il est certain que …

A	B	C	D
$a > 0$	$b > 0$	$c > 0$	$\Delta > 0$



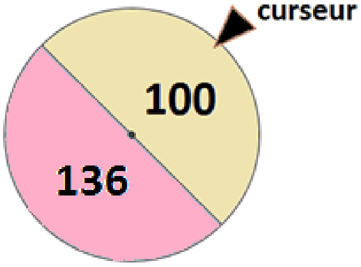
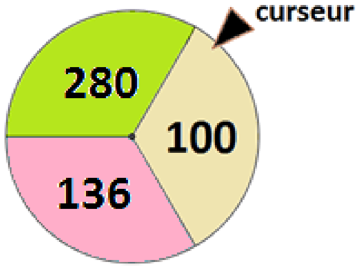
	Q1	Q2	Q3	Q4
Réponses				
	/ 1,5	/ 1,5	/ 1,5	/ 1,5

<u>**Exercice 3**</u> (… … / 11 points)

Charlotte joue à un jeu d'argent. Pour avoir le droit de jouer, elle donne une mise de M euros.
Elle lance ensuite un dé équilibré à six faces.

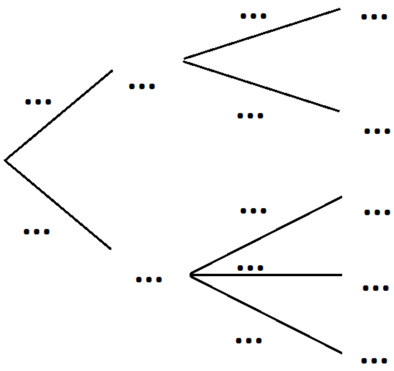
- Si le résultat du lancer de dé est au moins 5, alors elle fait ensuite tourner une roue à deux secteurs équiprobables.
- Sinon, elle fait tourner une roue à trois secteurs équiprobables.

On lui donne ensuite la somme en euros écrite sur le secteur indiqué par le curseur.

	
Roue à deux secteurs	**Roue à trois secteurs**

On nomme les événements suivants :
C : " Charlotte obtient au moins cinq en lançant le dé".
S_{100} : " Quand la roue cesse de tourner, le curseur de la roue s'arrête sur un secteur où est noté 100. "
S_{136} : " Quand la roue cesse de tourner, le curseur de la roue s'arrête sur un secteur où est noté 136. "
S_{280} : " Quand la roue cesse de tourner, le curseur de la roue s'arrête sur un secteur où est noté 280. "

Pour modéliser l'ensemble de cette épreuve aléatoire, on construit un arbre de probabilité.



1. a. Compléter l'arbre ci-contre en utilisant les événements de l'énoncé et les probabilités qui conviennent. / 2

b. Vérifier que $P(S_{280}) = \dfrac{2}{9}$ et que $P(S_{100}) = \dfrac{7}{18}$. / 2

On nomme G la variable aléatoire qui à toute issue de l'expérience aléatoire associe le gain de Charlotte en euros.

2. Dans cette question, la mise M est égale à 140 euros.

a. Établir la loi de probabilité de la variable aléatoire G en complétant le tableau suivant. / 2

$G = g_i$			
$p_i = P(G = g_i)$			

On rappelle que **dans cette question 2.**, la mise M est égale à 140 euros.

b. Démontrer que $E(G) = 14\,€$. Interpréter ce résultat si Charlotte joue un grand nombre de fois.

/ 2

c. Montrer que l'écart type du gain de Charlotte est $\sigma(G) = 69{,}20\,€$ à un centime d'euro près.

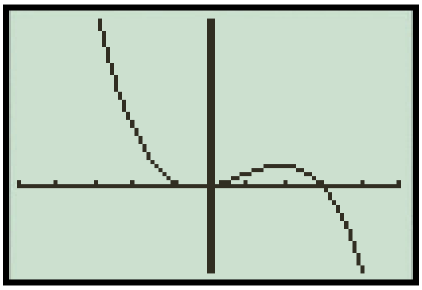
/ 1,5

4. Loïc conjecture que si la mise M augmente, alors la variance $V(G)$ du gain de Charlotte augmente.
Que pensez-vous de cette conjecture ? Justifier votre réponse.

/ 1,5

<u>**Exercice 4**</u> (… … / **10 points**)

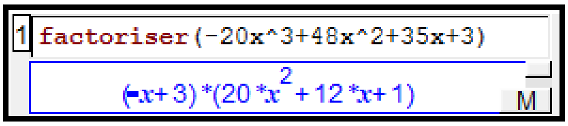
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -20x^3 + 48x^2 + 35x + 3$.
On a tracé la courbe représentative de la fonction f dans le repère ci-contre.
(*Fenêtre graphique* : $-5 \leq x \leq 5$ et $-400 \leq y \leq 800$)



1. En s'appuyant sur la fenêtre proposée, conjecturer graphiquement l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$.

/ 1

2. On a factorisé l'expression $f(x)$ grâce à Xcas comme l'indique l'écran ci-dessous.



Vérifier que la formule factorisée proposée est égale à $f(x)$ pour tout réel x.

/ 1,5

3. En déduire que l'équation $f(x) = 0$ possède trois solutions réelles que l'on déterminera.

/ 2

4. a. Dresser le tableau de signes de $f(x)$.

/ 2

b. La conjecture de la question 1. Est-elle validée ? Justifier.

/ 0,5

5. La fonction g est définie par $g(x) = \dfrac{-20}{f(x)}$. Les trois phrases suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

a. " g est définie sur $\mathbb{R}$ ".

/ 1

b. "Pour tout réel négatif x, l'image $g(x)$ est négative."

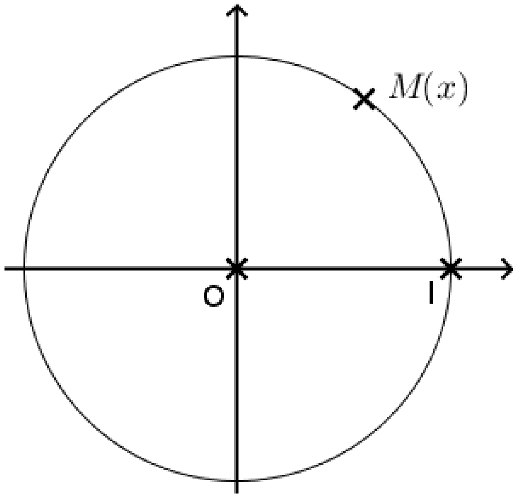
/ 1

c. "Il existe uniquement deux entiers strictement positifs qui ont une image négative par g ."

/ 1

<u>Exercice 5</u> (… … / **6 points**)

M est le point du cercle trigonométrique repéré par une mesure de x radians dans le repère ci-contre.



1. Placer sur le cercle trigonométrique ci-contre les points $A(\pi - x)$, $B(\pi + x)$ et $C\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)$.

/ 1,5

2. Dans cette question, on suppose que $\sin(x) = 0,7$.

Déterminer la valeur exacte de : $3\sin(\pi - x) + 4\sin(\pi + x) - 2\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)$.

/ 1,5

3. Dans cette question, on suppose que $\sin(x) = 0,8$ et que $\cos(x) > 0$. Déterminer la valeur exacte de $\cos(x)$.

/ 1,5

4. Dans cette question, on suppose que $\sin(x) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, que $\cos(x) > 0$ et enfin que $x \in [\,99\pi ; 101\pi\,[$.

Déterminer la valeur exacte de x .

/ 1,5