

~ DEVOIR SURVEILLÉ ~ VARIABLES ALÉATOIRES

Exercice 1 :

(10 points)

PARTIE A :

En Syldavie (7 points)

En syldavie, Norbert fait participer son chat Banshee au jeu des « lancers de souris ».

Le jeu consiste à lancer **deux** fois une souris en l'air et à tenter de la rattraper. Banshee estime que sa probabilité de rattraper une souris est toujours égale à 0,7

Pour chaque lancer, Banshee gagne 5 croquettes s'il rattrape une souris et perd 10 croquettes si la souris retombe au sol.

On appelle X la variable aléatoire qui compte le gain de Banshee lors d'une épreuve (donc lors de **deux** lancers).

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Donner la loi de probabilité de X . *Détailler les calculs un minimum*
3. Calculer $E(X)$. Interpréter.
4. Calculer $V(X)$.
5. Calculer $\sigma(X)$. Interpréter.
6. Banshee a joué 433 matchs cette année. Estimer son gain **total**.

PARTIE B :

A Groland (3 points)

Le même jeu existe à Groland avec les mêmes règles, mais les chats sont récompensés en brins d'herbe, 8 brins d'herbe équivalant à 1 croquette.

De plus, un chat doit payer 10 brins d'herbe pour jouer et cette mise de départ ne lui est remboursée dans aucun cas.

On appelle Y la variable aléatoire qui compte le gain d'un chat en brins d'herbe lors d'un match.

1. Exprimer la variable aléatoire Y en fonction de la variable aléatoire X du 1).
2. En déduire l'espérance, la variance et l'écart-type de Y .
3. Norbert aimerait que Banshee se purge, aussi il se pose la question de l'y faire participer. Cette solution semble-t-elle adéquate ? Expliquer.

On précise que l'herbe est connue pour purger les chats (et donc leur éviter de garder dans l'estomac les poils ingérés lors de leurs toilettes)

Exercice 2 :

(4 points)

Nouki et Wanda participent à deux jeux différents. Les variables aléatoires N et W donnant leurs gains respectifs ont les lois de probabilités suivantes :

k	-2	-1	0	1	2	3
$P(N = k)$	0.1	0.3	0.1	0.3	0.1	0.1
$P(W = k)$	0.3	0.1	0.1	0.2	0.1	0.2

A l'aide de la calculatrice (inutile d'écrire les formules sur votre copie) :

1. Donner et comparer $E(N)$ et $E(W)$. Interpréter.
2. Donner et comparer $\sigma(N)$ et $\sigma(W)$. Interpréter.

 **Exercice 3 :**

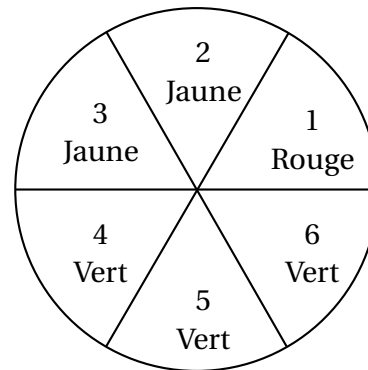
(6 points)

La roue d'une loterie est divisée en six secteurs de même aire : 1 Rouge (R), 2 jaunes (J) et 3 verts (V).

On fait tourner la roue, et lorsqu'elle s'arrête, un repère fléchée indique l'un des six secteurs de manière équiprobable.

Un joueur perd 2€ si la flèche indique un secteur Vert, gagne 0.50€ si la flèche indique un secteur Jaune et x euros si la flèche indique un secteur Rouge.

On appelle G la variable aléatoire qui donne le gain du joueur.



1.
 - a. Donner sans détailler la loi de probabilité de G en fonction de x .
 - b. Calculer $E(G)$ en fonction de x .
 - c. Comment choisir x pour que le jeu soit équitable ?
2. On donne l'algorithme suivant :



Algorithme 1 : Roulette

Variable(s) :

Secteur, i sont des nombres entiers

Effectif est une liste de trois nombres

Entrée(s) :

Saisir un nombre entier N

Début

Effectif[1], Effectif[2] et Effectif[3] prennent la valeur 0.

Pour i allant de 1 à N **Faire**

Secteur prend la valeur d'un entier aléatoire entre 1 et 6

Si (Secteur == 1) **Alors**

Effectif [1] prend la valeur Effectif[1]+1

Sinon

Si (Secteur == 2 OU Secteur == 3) **Alors**

Effectif [2] prend la valeur Effectif[2]+1

Sinon

Effectif [3] prend la valeur Effectif[3]+1

Fin Si

Fin Si

Fin Pour

Afficher « Vous avez obtenu Effectif[1] fois le secteur Rouge »

Afficher « Vous avez obtenu Effectif[2] fois le secteur Jaune. »

Afficher « Vous avez obtenu Effectif[3] fois le secteur Vert. »

Fin

- a. Que fait cet algorithme par rapport au jeu ? Préciser le rôle de chacune des variables.
- b. Ici on donne $x = 5$. Que doit-on rajouter si l'on veut que l'algorithme renvoie aussi le gain **moyen** d'un joueur par partie ?
- c. On saisit $N = 10\,000$. Donner une estimation du gain moyen que l'on s'attend à voir afficher.