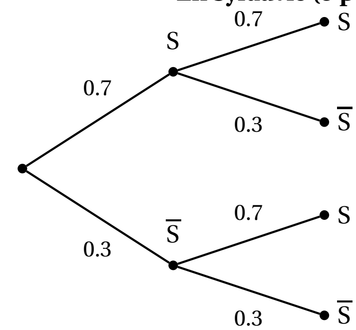
~ Correction DS ~
Variables aléatoires

Exercice 1 : **(11 points)**

PARTIE A : **En Syldavie (9 points)**

1. On note S l'événement « Banshee attrape la souris ». On obtient alors l'arbre ci-contre.



2. En appliquant les règles de calculs sur un arbre, on trouve le tableau ci-contre.
   Attention : $P(X=-5)=0.7\times 0.3+0.3\times 0.7=0.42$!!

x_i	-20	-5	10
$P(X=x_i)$	0.09	0.42	0.49

3. $E(X)=-20\times 0.09-5\times 0.42+10\times 0.49=1$
   Le jeu est favorable et sur un grand nombre de matchs, Banshee peut espérer gagner environ 1 croquette par match.
4. $V(X)=(-20)^2\times 0.09+(-5)^2\times 0.42+10^2\times 0.4-1^2$
   $=95,5-1^2=94,5$
5. $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}\simeq 9.72$

   Le jeu de Banshee est risqué, car il peut espérer gagner 1 croquette par partie alors que l'écart-type des valeurs autour de l'espérance est de plus de 9 croquettes.
6. Banshee a gagner environ 433 croquettes, car environ 1 croquette par match.

PARTIE B : **A Groland (3 points)**

1. $Y=8X-10$
2. Ainsi $E(Y)=8E(X)-10=-2$, $\quad V(Y)=8^2V(X)=6048$ $\quad$ et $\quad \sigma(Y)\simeq 77.8$
3. Le jeu est défavorable pour Banshee de plus il est risqué. Il peut bien sûr tenter sa chance et gagner gros, mais il y a sans doute une solution plus adéquate pour lui que celle-ci.

Exercice 2 : **(3 points)**

1. $E(N)=E(W)=0.3$ $\quad$ Les deux jeux sont autant favorables aux joueurs.
2. $\sigma(N)\simeq 1.48$ et $\sigma(W)=1.9$.
   Le jeu de Wanda est le plus risqué pour la même espérance, il vaut donc mieux choisir le jeu de Nouki.

Exercice 3 : **(6 points)**

1. **a.**

g_i	-2	0.5	x
$P(G=g_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

   b. $E(G)=-2\times\frac{1}{2}+0.5\times\frac{1}{3}+x\times\frac{1}{6}=-1+\frac{1}{6}+\frac{x}{6}=\frac{-5+x}{6}$

   c. Le jeu est équitable pour $\quad E(G)=0\iff\frac{-5+x}{6}=0\iff x=5$

2. **a.** Cet algorithme simule N parties du jeu décrit dans l'exercice et compte le nombre de fois où la roue a désigné chacun des secteurs. En fait :
   - Secteur désigne la couleur du secteur de la roue.
   - i est un compteur utilisé dans la boucle.
   - N désigne le nombre d'expériences faites.
   - Effectif[1] compte le nobmre de fois où l'on a obtenu le secteur Rouge, Effectif[2] le secteur Jaune et Effectif[3] le secteur Vert.

   b. On doit ajouter la variable Moy qui est un nombre et à la fin la ligne :

$$\text{Moy}=(5\times\text{Effectif}[1]+0.5\times\text{Effectif}[2]-2\times\text{Effectif}[3])\,/\text{N}$$

   Ou encore on peut ajouter l'affichage du calcul ci-dessus, sans l'affecter à une variable.

   c. N est un grand nombre, on peut donc s'attendre à trouve un gain moyen proche de l'espérance, ie de 0.