Nom : …………… **Prénom :** …………… Classe :……

INTERROGATION N°9

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et des justifications.

Exercice 1. (10 points)

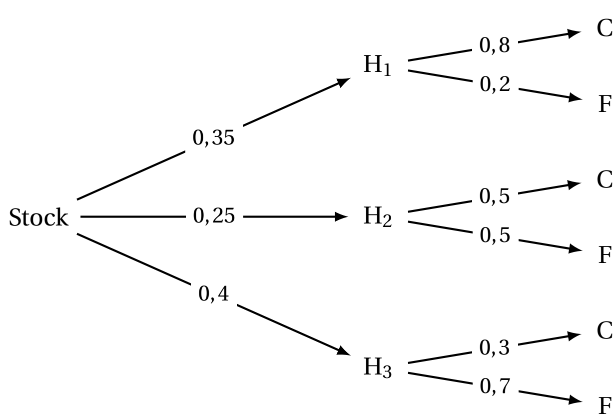
Une jardinerie vend de jeunes plants d'arbres qui proviennent de trois horticulteurs : 35 % des plants proviennent de l'horticulteur H_1, 25 % de l'horticulteur H_2 et le reste de l'horticulteur H_3. Chaque horticulteur livre deux catégories d'arbres : des conifères et des arbres à feuilles.
La livraison de l'horticulteur H_1 comporte 80 % de conifères alors que celle de l'horticulteur H_2 n'en comporte que 50 % et celle de l'horticulteur H_3 seulement 30 %.

1. Le gérant de la jardinerie choisit un arbre au hasard dans son stock. On envisage les évènements suivants :
   - H_1 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_1 »,
   - H_2 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_2 »,
   - H_3 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_3 »,
   - C : « l'arbre choisi est un conifère »,
   - F : « l'arbre choisi est un arbre feuillu ».

   (a) Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
   (b) Calculer la probabilité que l'arbre choisi soit un conifère acheté chez l'horticulteur H_3.
   (c) Justifier que la probabilité de l'événement C est égale à 0,525.
   (d) L'arbre choisi est un conifère. Quelle est la probabilité qu'il ait été acheté chez l'horticulteur H_l ? On arrondira à 10^{-3}.
2. On choisit au hasard un échantillon de 10 arbres dans le stock de cette jardinerie. On suppose que ce stock est suffisamment important pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec remise de 10 arbres dans le stock.
   On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de conifères de l'échantillon choisi.
   (a) Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
   (b) Quelle est la probabilité que l'échantillon prélevé comporte exactement 5 conifères ?
   On arrondira à 10^{-3}.
   (c) Quelle est la probabilité que cet échantillon comporte au moins deux arbres feuillus ?
   On arrondira à 10^{-3}.

Puisque le choix de l'arbre se fait au hasard dans le stock de la jardinerie, on assimile les proportions données à des probabilités.

1. (a) L'arbre pondéré traduisant cette situation est :



   (b) On cherche à calculer la probabilité de l'intersection $\mathrm{H}_3 \cap \mathrm{C}$, donc : $P(\mathrm{H}_3 \cap \mathrm{C}) = P(\mathrm{H}_3) \times P_{\mathrm{H}_3}(\mathrm{C}) = 0,4 \times 0,3$. On a donc $P(\mathrm{H}_3 \cap \mathrm{C}) = 0,12$.
   (c) Puisque la jardinerie ne se fournit qu'auprès de trois horticulteurs, les événements H_1, H_2 et H_3 forment une partition de l'univers. On peut donc appliquer la loi des probabilités totales, et on en déduit :
   $P(\mathrm{C}) = P(\mathrm{H}_1) \times P_{\mathrm{H}_1}(\mathrm{C}) + P(\mathrm{H}_2) \times P_{\mathrm{H}_2}(\mathrm{C}) + P(\mathrm{H}_3) \times P_{\mathrm{H}_3}(\mathrm{C}) =$
   $0,35 \times 0,8 + 0,25 \times 0,5 + 0,4 \times 0,3 = 0,525$.
   (d) On cherche cette fois à calculer une probabilité conditionnelle :
   $P_{\mathrm{C}}(\mathrm{H}_1) = \dfrac{P(\mathrm{H}_1 \cap \mathrm{C})}{P(\mathrm{C})} = \dfrac{0,35 \times 0,8}{0,525} \approx 0,533$.
2. (a) Nous avons un schéma de Bernoulli (l'arbre choisi est-il un conifère ?), avec une probabilité de succès de 0,525 qui est répété 10 fois de fa çon indépendante (puisque l'on suppose que les choix successifs peuvent être assimilés à un tirage au sort avec remise), donc la variable aléatoire X suit bien une loi binomiale de paramètres 10 et 0,525.
   (b) La probabilité demandée ici est celle de l'événement X = 5, et donc : $P(X = 5) = \dbinom{10}{5} \times 0,525^5 \times (1 - 0,525)^5$
   Finalement $P(X = 5) \approx 0,243$.
   (c) Cette fois, la probabilité demandée est celle de $X \leqslant 8$, qui est l'événement contraire de la réunion des événements disjoints $X = 9$ et $X = 10$. On a alors : $P(X \leqslant 8) = 1 - P(X = 9) - P(X = 10) \approx 0,984$.