Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

Correction de l'interrogation n°8

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

Exercice 1. (5 points)

On considère les fonctions f, g et h définies par :

$$f(x) = 2x^2 + x - 2 \quad ; \quad g(x) = \frac{4}{3-2x} \quad \text{et} \quad h(x) = \sqrt{2x-1}$$

1. Est-il possible de calculer l'image de 0 par la fonction f ? Si oui le faire.
   Il est possible de calculer l'image de n'importe quel nombre réel par f et :
   $$f(0) = 2 \times 0^2 + 0 - 2 = -2$$
2. De même est-il possible de calculer l'image de 0 par g, puis par h ? Dans le cas où c'est possible calculer l'image de 0.
   Comme $3 - 2 \times 0 = 2 \neq 0$ on peut calculer l'image de 0 par g et on a :
   $$g(0) = \frac{4}{3}$$
   Enfin $2 \times 0 - 1 = -1 < 0$ et la racine carrée d'un nombre réel négatif n'existe pas il n'est donc pas possible de calculer l'image de 0 par h.
3. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
   L'expression de $f(x)$ ne comporte ni racine carrée ni quotient par conséquent f est définie pour tout nombre réel x :
   $$\mathscr{D}_f = \mathbb{R}$$
4. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g.
   On ne peut pas diviser par 0, g est donc définie pour x vérifiant $3 - 2x \neq 0 \iff x \neq 1,5$.
   L'ensemble de définition de g est :
   $$\mathscr{D}_g =]-\infty; 1,5[\cup]1,5; +\infty[$$
5. (a) Dresser le tableau de signe de l'expression $2x - 1$.
   $2x - 1 \geq 0 \iff 2x \geq 1 \iff x \geq 0,5$

x	$-\infty$		$0,5$		$+\infty$
$2x-1$		$-$	0	$+$	

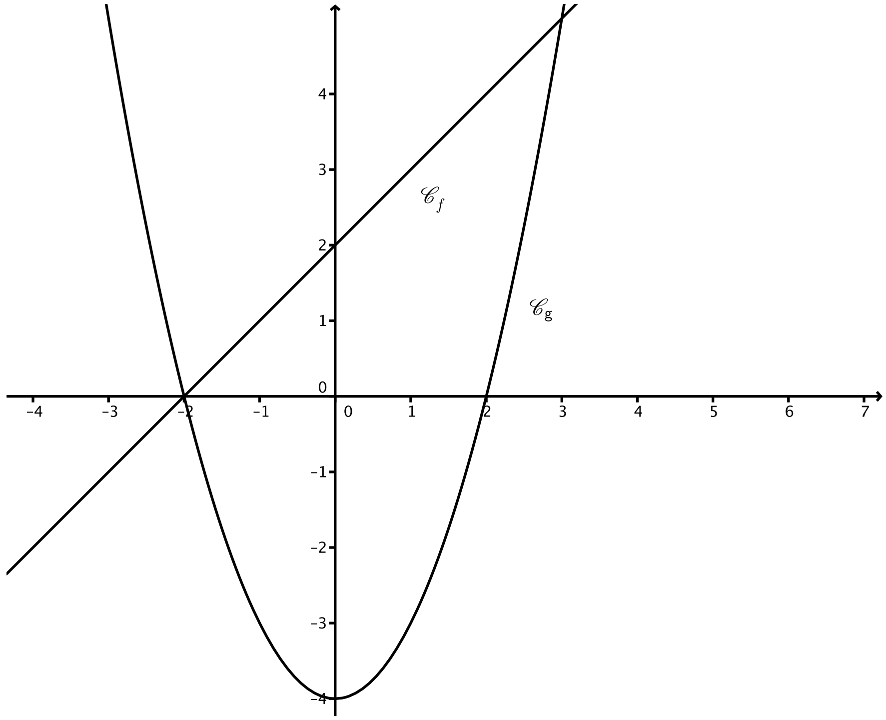
   (b) En déduire l'ensemble de définition de la fonction h.
   h est définie lorsque $2x - 1 \geq 0 \iff x \geq 0,5$, par conséquent :
   $$\mathscr{D}_h = [0,5; +\infty[$$

Exercice 2. (5 points)

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2 + x \quad \text{et} \quad g(x) = x^2 - 4$$

On note $\mathscr{C}_f$ (respectivement $\mathscr{C}_g$) la représentation graphique de la fonction f respectivement de g) dans un repère que l'on a tracé :



1. Calculer l'image de -2 puis celle de 3 par les fonctions f et g.
   $f(-2) = 2 - 2 = 0$, $f(3) = 2 + 3 = 5$ puis $g(-2) = (-2)^2 - 4 = 0$ et enfin $g(3) = 3^2 - 4 = 5$.
2. Lire graphiquement les coordonnées des points d'intersections des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$. Que constate-t-on ?
   $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ ont deux points d'intersection A et B qui ont pour coordonnées :

   $$\text{A}(-2;0) \qquad \text{et} \qquad \text{B}(3;5)$$

   On constate que les ordonnées des points A et B correspondent aux images des réels -2 et 3 calculer à la question précédente.
3. Dire si les affirmations sont vraies ou fausses (*On justifiera soit par le calcul soit à l'aide du graphique - Méthode libre.*
   (a) **Affirmation 1** : $f(x) \geq 0$ dès que $x \geq -2$.
   $f(x) \geq 0 \iff 2 + x \geq 0 \iff x \geq -2$.
   Affirmation Vraie.

   (b) **Affirmation 2** : La fonction g est une fonction affine.
   Sa représentation graphique n'est pas une droite donc g n'est pas une fonction affine.
   Affirmation Fausse.

   (c) **Affirmation 3** : $f(x) \geq g(x)$ lorsque $x \in [-2;3]$.
   Pour $x \in [-2;3]$ la courbe de f est en dessus de la courbe de f donc les images $g(x)$ sont supérieures ou égales aux images $f(x)$ par conséquent on a $f(x) \geq g(x)$.
   Affirmation Vraie.

   (d) **Affirmation 4** : $g(x) > 0$ lorsque $x \in [-1;1]$. $g(0) < 0$ il est donc impossible d'avoir $g(x) > 0$ pour tout $x \in [-1;1]$.
   Affirmation Fausse

Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

INTERROGATION N°8

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

Exercice 1. (5 points)

On considère les fonctions f, g et h définies par :

$$f(x) = 2 - 2x^2 + 3x \qquad ; \qquad g(x) = -\frac{4}{x} \qquad \text{et} \qquad h(x) = \sqrt{3-x}$$

1. Est-il possible de calculer l'image de 0 par la fonction f ? Si oui le faire.
   Il est possible de calculer l'image de n'importe quel nombre réel par f et :
   $$f(0) = 2 - 2 \times 0^2 + 3 \times 0 = -2$$
2. De même est-il possible de calculer l'image de 0 par g, puis par h ? Dans le cas où c'est possible calculer l'image de 0.
   Comme $4 \times 0 = 0$ on ne peut pas calculer l'image de 0 par g puisque diviser par 0 n'est pas possible. Enfin $3-0=3>0$ donc il est donc possible de calculer l'image de 0 par h et $h(0) = \sqrt{3}$
3. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
   L'expression de $f(x)$ ne comporte ni racine carrée ni quotient par conséquent f est définie pour tout nombre réel x :
   $$\mathscr{D}_f = \mathbb{R}$$
4. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g.
   On ne peut pas diviser par 0, g est donc définie pour $x \neq 0$
   L'ensemble de définition de g est :
   $$\mathscr{D}_g =]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$$
5. (a) Dresser le tableau de signe de l'expression $3-x$.
   $3-x \geq 0 \Longleftrightarrow 3 \geq x \Longleftrightarrow x \leq 3$

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$3-x$		+	0	−	

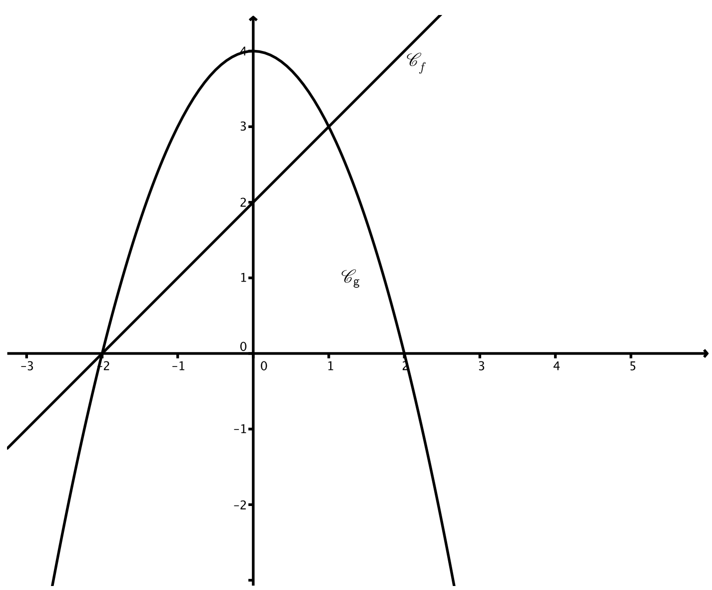
   (b) En déduire l'ensemble de définition de la fonction h. h est définie lorsque $3-x \geq 0$, par conséquent :
   $$\mathscr{D}_h =]-\infty;3]$$

Exercice 2. (5 points)

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2 + x \qquad \text{et} \qquad g(x) = 4 - x^2$$

On note $\mathscr{C}_f$ (respectivement $\mathscr{C}_g$) la représentation graphique de la fonction f respectivement de g) dans un repère que l'on a tracé :



1. Calculer l'image de -2 puis celle de 1 par les fonctions f et g.
   $f(-2) = 2-2 = 0$ et $f(1) = 2+1 = 3$ puis $g(-2) = 4-(-2)^2 = 0$ et $g(1) = 4-1^2 = 3$.
2. Lire graphiquement les coordonnées des points d'intersections des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$. Que constate-t-on ?
   $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ ont deux points d'intersection A et B qui ont pour coordonnées :

   $$A(-2;0) \qquad \text{et} \qquad B(1;3)$$

   On constate que les ordonnées des points A et B correspondent aux images des réels -2 et 3 calculer à la question précédente.
3. Dire si les affirmations sont vraies ou fausses (*On justifiera soit par le calcul soit à l'aide du graphique - Méthode libre.*
   (a) **Affirmation 1** : $f(x) \geq 0$ dès que $x \geq -2$.
   $f(x) \geq 0 \iff 2+x \geq 0 \iff x \geq -2$.
   Affirmation Vraie.
   (b) **Affirmation 2** : La fonction g est une fonction affine.
   Sa représentation graphique n'est pas une droite donc g n'est pas une fonction affine.
   Affirmation Fausse.
   (c) **Affirmation 3** : $f(x) \geq g(x)$ lorsque $x \in [-2;1]$. $f(0) = 2$ et $g(0) = 4$ donc $f(0) < g(0)$ par conséquent pour tout $x \in [-2;1]$ on a pas $f(x) \geq g(x)$.
   Affirmation Fausse.
   (d) **Affirmation 4** :$g(x) > 0$ lorsque $x \in [-1;1]$.
   $\mathscr{C}_g$ est au dessus de l'axe des abscisses sur l'intervalle $[-1;1]$ par conséquent on a bien $g(x) > 0$.
   Affirmation Vraie.