CORRECTION DE L'INTERROGATION N°6

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

Exercice 1. (7 points)

On souhaite déterminer l'ensemble des nombres réels x tels que :

$$-3x^2+7x-2\geq 0$$

Pour cela il faut répondre aux questions suivantes :

1. (a) $x=0$ est-il solution de l'inéquation ? *Justifier.*
   Pour $x=0$: $-3x^2+7x-2=-3\times 0^2+7\times 0-2=-2$ n'est pas positif ou nul. Par conséquent 0 n'est pas solution de l'inéquation.

   (b) $x=1$ est-il solution de l'inéquation ? *Justifier.*
   Si $x=1$ alors $-3x^2+7x-2=-3\times 1^2+7\times 1-1=-3+7-1=3$ qui est un nombre positif ou nul par conséquent 1 est solution de l'inéquation.

2. Montrer que pour tout nombre x on a :

$$(3x-1)(2-x)=-3x^2+7x-2$$

Pour tout nombre réel x on a :

$$(3x-1)(2-x)=6x-3x^2-2+x=-3x^2+7x-2$$

3. (a) Dresser le tableau de signe de $3x-1$.
   $3x-1\geq 0 \Longleftrightarrow 3x\geq 1 \Longleftrightarrow x\geq \dfrac{1}{3}$ d'où :

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		2		$+\infty$
$3x-1$		$-$	0		$+$		
$2-x$			$+$		0	$-$	
$(3x-1)(2-x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

   (b) Dresser le tableau de signe de $2-x$.
   $2-x\geq 0 \Longleftrightarrow 2\geq x \Longleftrightarrow x\leq 2$ d'où :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$2-x$		$+$	0	$-$	

   (c) En déduire le tableau de signe du produit $(3x-1)(2-x)$.

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$	2		$+\infty$
$3x-1$		$-$	0	$+$		
$2-x$			$+$	0	$-$	

   (d) Déduire de ce dernier tableau de signe les solutions de l'inéquation $-3x^2+7x-2\geq 0$. $-3x^2+7x-2\geq 0$ équivaut à $(3x-1)(2-x)\geq 0$. Or d'après le tableau de signe précédent cette expression est positive ou nulle lorsque :

$$x\in\left[\frac{1}{3};2\right]$$

Exercice 2. (3 points)

On considère la fonction définie pour tout nombre réel x par :

$$f(x)=2x-1$$

1. Calculer les images de 0, 5, $-\frac{1}{3}$.
$f(0) = 2 \times 0 - 1 = -1$. L'image de 0 est -1.
$f(5) = 2 \times 5 - 1 = 9$. L'image de 5 est 9.
$f\left(-\frac{1}{3}\right) = 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right) - 1 = -\frac{2}{3} - 1 = -\frac{5}{3}$. L'image de $-\frac{1}{3}$ est $-\frac{5}{3}$.

2. Déterminer les antécédents des nombres réels -1 ; 5 et $\frac{1}{2}$.
On cherche x tel que $f(x) = -1$ c'est-à-dire tel que :

$$2x - 1 = -1 \Longleftrightarrow 2x = 0 \Longleftrightarrow x = 0$$

L'unique antécédent de -1 est 0.
On cherche x tel que $f(x) = 5$ c'est-à-dire tel que :

$$2x - 1 = 5 \Longleftrightarrow 2x = 6 \Longleftrightarrow x = 3$$

L'unique antécédent de 5 est 3. On cherche x tel que $f(x) = \frac{1}{2}$ c'est-à-dire tel que :

$$2x - 1 = \frac{1}{2} \Longleftrightarrow 2x = 1,5 \Longleftrightarrow x = 0,75$$

L'unique antécédent de $\frac{1}{2}$ est $0,75$.

Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

INTERROGATION N°6

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

Exercice 1. (7 points)

On souhaite déterminer l'ensemble des nombres réels x tels que :

$$-6x^2+7x-1 \geq 0$$

Pour cela il faut répondre aux questions suivantes :

1. (a) $x=0$ est-il solution de l'inéquation ? *Justifier.*
   Pour $x=0$: $-6x^2+7x-1=-6\times 0^2+7\times 0-1=-1$ n'est pas positif ou nul. Par conséquent 0 n'est pas solution de l'inéquation.

   (b) $x=1$ est-il solution de l'inéquation ? *Justifier.*
   Si $x=0,5$ alors $-6x^2+7x-1=-6\times(0,5)^2+7\times(0,5)-1=-6\times 0,25+3,5-1=-1,5+3,5-1=1$ qui est un nombre positif ou nul par conséquent $0,5$ est solution de l'inéquation.

2. Montrer que pour tout nombre x on a :

$$(6x-1)(1-x)=-6x^2+7x-1$$

Pour tout nombre réel x on a :

$$(6x-1)(1-x)=6x-6x^2-1+x=-6x^2+7x-1$$

3. (a) Dresser le tableau de signe de $6x-1$.
   $6x-1\geq 0 \Longleftrightarrow 6x\geq 1 \Longleftrightarrow x\geq \dfrac{1}{6}$ d'où :

x	$-\infty$		$dfrac16$		$+\infty$
$6x-1$		$-$	0	$+$	

   (b) Dresser le tableau de signe de $1-x$.
   $1-x\geq 0 \Longleftrightarrow 1\geq x \Longleftrightarrow x\leq 1$ d'où :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$1-x$		$+$	0	$-$	

   (c) En déduire le tableau de signe du produit $(6x-1)(1-x)$.

x	$-\infty$		$\dfrac{1}{6}$		1		$+\infty$
$6x-1$		$-$	0		$+$		
$1-x$			$+$		0	$-$	
$(6x-1)(1-x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

   (d) Déduire de ce dernier tableau de signe les solutions de l'inéquation $-6x^2+7x-1\geq 0$. $-6x^2+7x-1\geq 0$ équivaut à $(6x-1)(1-x)\geq 0$. Or d'après le tableau de signe précédent cette expression est positive ou nulle lorsque :

$$x\in\left[\frac{1}{6};1\right]$$

Exercice 2. (3 points)

On considère la fonction définie pour tout nombre réel x par :

$$f(x)=-2x+1$$

1. Calculer les images de 0, 5, $-\dfrac{1}{3}$.
   $f(0)=-2\times 0+1=1$. L'image de 0 est 1.
   $f(5)=-2\times 5+1=-9$. L'image de 5 est -9.
   $f\left(-\dfrac{1}{3}\right)=-2\times\left(-\dfrac{1}{3}\right)+1=\dfrac{2}{3}+1=\dfrac{5}{3}$. L'image de $-\dfrac{1}{3}$ est $\dfrac{5}{3}$.

2. Déterminer les antécédents des nombres réels -1 ; 5 et $\frac{1}{2}$. On cherche x tel que $f(x) = -1$ c'est-à-dire tel que :

$$-2x + 1 = -1 \iff -2x = -2 \iff x = 1$$

L'unique antécédent de -1 est 1.
On cherche x tel que $f(x) = 5$ c'est-à-dire tel que :

$$-2x + 1 = 5 \iff -2x = 4 \iff x = -2$$

L'unique antécédent de 5 est -2. On cherche x tel que $f(x) = \frac{1}{2}$ c'est-à-dire tel que :

$$-2x + 1 = \frac{1}{2} \iff -2x = -0,5 \iff x = 0,25$$

L'unique antécédent de $\frac{1}{2}$ est $0,25$.