Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

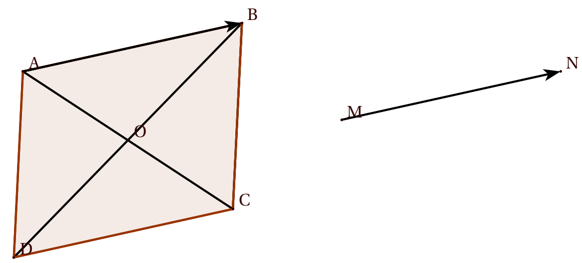
INTERROGATION N°11

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

Exercice 1. (5 points)

Soit ABCD un parallélogramme de centre O et M est un point quelconque qui n'appartient ni à (AB) ni à (CD). Par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$, M a pour image N.

1. Faire une figure.



2. Simplifier :
$$\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}+(-\overrightarrow{AD})+\overrightarrow{CD}$$
puis :
$$\overrightarrow{AO}+(-\overrightarrow{OC})+\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}+(-\overrightarrow{AD})+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{CD}$$

Réorganisons cette somme et nous obtenons :

$$\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}+(-\overrightarrow{AD})+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CC}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DA}$$

Puisque ABCD est un parallélogramme on a $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$ par conséquent :

$$\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AA}=\overrightarrow{0}$$

De plus l'autre somme se simplifie de la manière suivante :

$$\overrightarrow{AO}+(-\overrightarrow{OC})+\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{CO}+\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$$

Et comme ABCD est un parallélogramme on a $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{0}$ ce qui permet de conclure que :

$$\overrightarrow{AO}+(-\overrightarrow{OC})+\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{0}$$

3. Prouver que $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{DC}$.
Par construction $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AB}$, de plus ABCD est un parallélogramme donc $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}$, on en déduit que :

$$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{DC}$$

4. En déduire la nature du quadrilatère MNCD.
Comme $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{DC}$ le quadrilatère MNCD est un parallélogramme.

Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

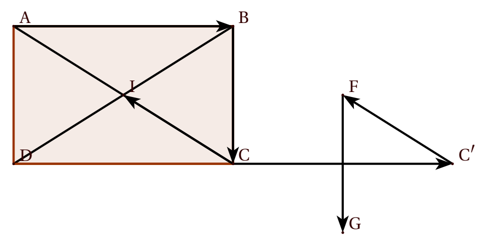
INTERROGATION N°11

Exercice 1. (5 points)

Soit ABCD un rectangle de centre I.

1. (a) Construire le point G tel que :

$$\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{BC}$$



(b) Démontrer que $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AI}$ Réorganisons la somme :

$$\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CI}$$

D'après la relation de Chasles on obtient :

$$\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AI}$$

2. (a) Soit F le point tel que $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{IC}$. Placer F. Que peut-on en déduire ?
Comme $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{IC}$ on peut déduire que BFCI est un quadrilatère.

(b) Démontrer que le quadrilatère BFGC est un parallélogramme. On sait que $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AI}$ et I est le milieu du segment [AC] donc $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{IC}$. Or $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{IC}$, par conséquent on en déduit que :

$$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{CG}$$

ce qui prouve que le quadrilatère BFGC est un parallélogramme.