∽ Correction Devoir Surveillé 3 ∽
Probabilité.

La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

Exercice 1. (8 points)

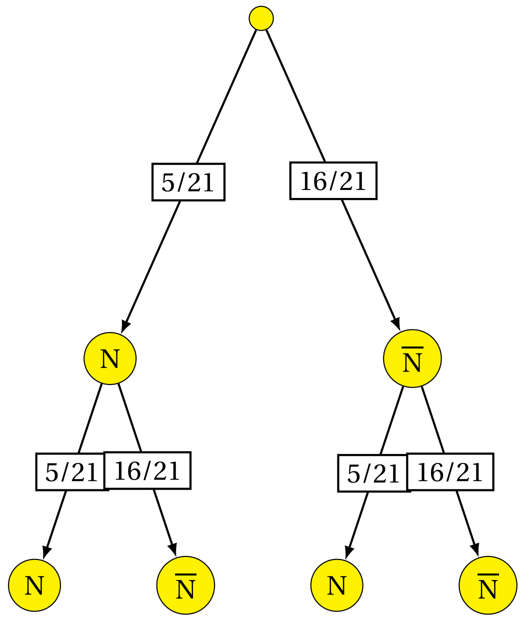
Une urne contient 21 boules ; 5 noires et 16 blanches.

Léo pioche au hasard, successivement, deux boules de l'urne **avec remise**.

On note C l'événement « les deux boules piochées sont de la même couleur ».

On note D l'événement « la première boule tirée est noire ».

1. Réaliser une arbre pondéré afin de décrire cette expérience aléatoire.



2. (a) Donner $p(\text{D})$.
   Par lecture d'énoncé on a :
   $$p(\text{D}) = \frac{5}{21}$$
   (b) Calculer $p(\text{C})$. En utilisant l'arbre on trouve :
   $$p(\text{C}) = \frac{5}{21} \times \frac{5}{21} + \frac{16}{21} \times \frac{16}{21} = \frac{25+256}{441} = \frac{281}{441}$$
   (c) En déduire la probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes.
   Obtenir deux boules de couleurs différentes est l'événement contraire de C, par conséquent :
   $$p(\overline{\text{C}}) = 1 - p(\text{C}) = 1 - \frac{281}{441} = \frac{160}{441}$$

3. (a) On note E l'événement « les deux boules piochées sont noires ».
   Calculer $p(\text{E})$.
   $$p(\text{E}) = \frac{5}{21} \times \frac{5}{21} = \frac{25}{441}$$
   (b) Décrire par une phrase les événements suivants :
   $$\text{C} \cap \text{D} \qquad \text{et} \qquad \text{C} \cup \text{D}$$
   $\text{C} \cap \text{D}$ est l'événement « les deux boules piochées sont de la même couleur et la première boule piochée est noire, c'est-à-dire les deux boules piochées sont noires ».
   $\text{C} \cup \text{D}$ est l'événement « les deux boules piochées sont de la même couleur ou la première boule piochée est noire ».
   (c) Donner $p(\text{C} \cap \text{D})$.
   $$p(\text{C} \cap \text{D}) = p(\text{E}) = \frac{25}{441}$$

(d) En déduire $p(C \cup D)$.

$$p(C \cup D) = p(C) + p(D) - p(C \cap D) = \frac{160}{441} + \frac{5}{21} - \frac{25}{441} = \frac{160 + 105 - 25}{441} = \frac{245}{441}$$

Exercice 2. (7 points)

A la cafétéria, dans la vitrine des pâtisseries, on convoite 35 gâteaux.
12 sont à base de crème, 21 contiennent des fruits et 7 ne contiennent ni crème, ni fruits.
Devant la difficulté du choix, on décide de prendre au hasard un gâteau dans la vitrine.
On note C l'événement « le gateau contient de la crème ».
F l'événement « le gateau contient des fruits ».

1. Donner $p(C)$ et $p(F)$.

$$p(C) = \frac{12}{35}$$

$$p(F) = \frac{21}{35}$$

2. On note A l'événement « le gateau contient ni fruit ni crème. ». Donner $p(A)$.

$$p(A) = \frac{7}{35}$$

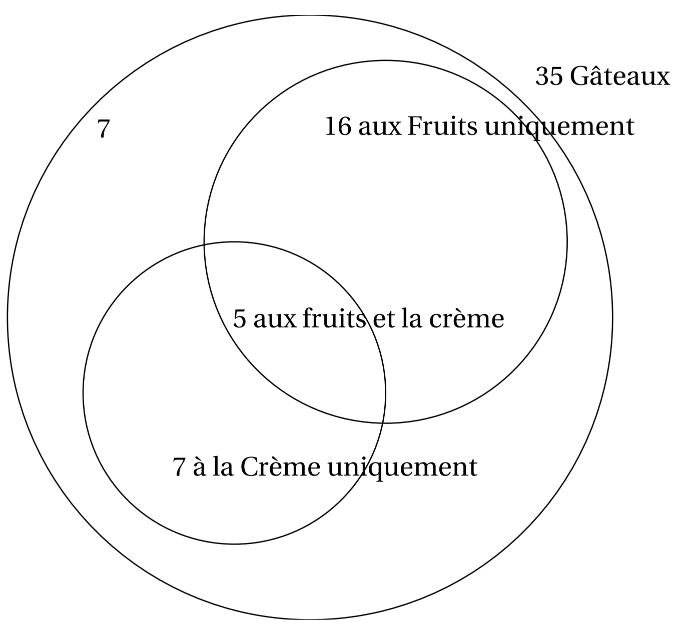
3. Décrire par une phrase l'événement $\overline{A}$. Calculer $p(\overline{A})$ puis en déduire $p(C \cup F)$.
$\overline{A}$ est l'événement « le gateau contient des fruits ou de la crème ».

$$p(\overline{A}) = 1 - p(A) = \frac{35 - 7}{35} = \frac{28}{35}$$

4. Déterminer $p(C \cap F)$.
On remarque que $C \cup F = \overline{A}$ d'où :

$$p(C \cap F) = p(C) + p(F) - p(C \cup F) = \frac{12}{35} + \frac{21}{35} - \frac{28}{35} = \frac{33}{35} - \frac{28}{35} = \frac{5}{35}$$

5. Compléter le schéma ci-contre :



Exercice 3. (3 points)

Dorian lance une pièce truquée : « il a deux fois plus de chance d'obtenir face que pile. Quelle est la probabilité d'obtenir face ?

Notons a la probabilité d'obtenir pile alors $2a$ est la probabilité d'obtenir face. De plus la somme des probabilité des événements élémentaires vaut 1 donc :

$$a + 2a = 1 \iff 3a = 1 \iff a = \frac{1}{3}$$

La probabilité d'obtenir face est donc :

$$2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Exercice 4. (2 points)

Samuel a écrit trois algorithmes modélisant les trois expériences suivantes :

– *expérience a* : Le lancer d'un dé équilibré à 6 faces.

– *expérience b* : Le lancer de 5 dés équilibrés à 6 faces.

– *expérience c* : Le nombre de lancer nécessaire d'un dé équilibré à 6 faces permettant d'obtenir un 6.

Il ne souvient plus quel algorithme correspond à quelle expérience.
Voici les trois algorithmes :

Algorithme 1 :

Données: n est un entier naturel.
n prend la valeur d'un nombre entier aléatoire entre 1 et 6

Afficher n

Algorithme 2 :

Données: n est un entier naturel.
$k = 0$.
Tant que $(n \neq 6)$ **Faire**
  n prend la valeur d'un nombre entier aléatoire entre 1 et 6
  $k := k + 1$
Fin Tant que
Afficher k

Algorithme 3 :

Données: n est un entier naturel.
i est un entier naturel
Pour i allant de 1 à 5 **Faire**
  n prend la valeur d'un nombre entier aléatoire entre 1 et 6
  Afficher n
Fin Pour

Compléter le tableau suivant :

expérience	a	b	c
algorithme	1	3	2

Question Cactus (Bonus) : Venus en France en 1665, Christiaan Huygens a étudié des problèmes traités et proposés par Fermat et Pascal. Enoncé de l'un des problèmes : On a un jeu de 40 cartes contenant 10 cartes de 4 couleurs différentes. On tire 4 cartes de ce jeu. Huygens veut connaître la probabilité d'avoir tiré une carte de chaque couleur.

Peu importe le choix de la première carte. Pour la deuxième on a $\frac{30}{39}$ d'en choisir une de couleur différentes. Puis pour la suivante on a $\frac{20}{38}$ d'en choisir une de couleurs différentes aux deux premières et enfin pour la dernière on a $\frac{10}{37}$ de la choisir différente des trois premières ce qui donne :

$$\frac{30}{39} \times \frac{20}{38} \times \frac{10}{37}$$