

CORRECTION DEVOIR MAISON 3 : PROBABILITÉ

Ce devoir maison de révisions, de préparation au DS3 comporte deux exercices. Vous traiterez au choix au moins un exercice parmi les deux suivants.

Exercice 1. Une urne contient 17 boules ; 5 noires et 12 blanches.

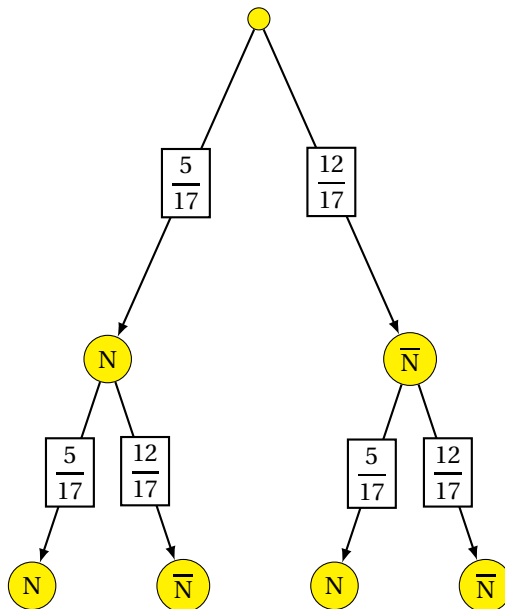
Léo pioche au hasard, successivement, deux boules de l'urne **avec remise**.

On note C l'événement « les deux boules piochées sont de la même couleur ».

On note D l'événement « la première boule tirée est noire ».

1. Réaliser un arbre pondéré afin de décrire cette expérience aléatoire.

En notant N l'événement : « obtenir une boule noire » on obtient l'arbre pondéré suivant :



2. (a) Décrire par une phrase les événements suivants :

$$C \cap D \quad \text{et} \quad C \cup D$$

$C \cap D$ est l'événement : « les deux boules piochées sont de la même couleur et la première boule piochée est noire c'est-à-dire les deux boules piochées sont noires ».

$C \cup D$ est l'événement : « les deux boules piochées sont de la même couleur ou la première boule piochée est noire ».

- (b) Calculer $p(C \cap D)$.

$$p(C \cap D) = \frac{5}{17} \times \frac{5}{17} = \frac{25}{17 \times 17} = \frac{25}{289}$$

- (c) En déduire $p(C \cup D)$.

$$p(C \cup D) = p(C) + p(D) - p(C \cap D) = \frac{5}{17} \times \frac{5}{17} + \frac{12}{17} \times \frac{12}{17} + \frac{5}{17} - \frac{25}{189} = \frac{144}{289} + \frac{5}{17} = \frac{144 + 85}{289} = \frac{229}{289}$$

3. (a) Calculer $p(C)$.

$$p(C) = \frac{5}{17} \times \frac{5}{17} + \frac{12}{17} \times \frac{12}{17} = \frac{25}{289} + \frac{144}{289} = \frac{169}{289}$$

- (b) En déduire $p(\bar{C})$.

$$p(\bar{C}) = 1 - p(C) = 1 - \frac{169}{289} = \frac{120}{289}$$

4. Calculer la probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes.

\bar{C} est l'événement obtenir deux boules de couleurs différentes par conséquent cette probabilité vaut :

$$\frac{120}{289}$$

Exercice 2. Dans la ville des chats ¹, chaque chat possède ses souris pour participer aux JO Syldaves dans la catégorie de saut à la perche. Croquette ² possède trois souris appelées Ignatz ³, Spiegelman ⁴ et Mickey ⁵ spécialement entraînées pour le saut à la perche. Le tableau suivant donne la probabilité de gagner de chacune des souris lors d'un saut.

Type	Ignatz	Spiegelman	Mickey
Probabilité	p	p	0.1

1. Déterminer p .

La somme des probabilités de toutes les issues de cette expérience aléatoire vaut 1, par conséquent :

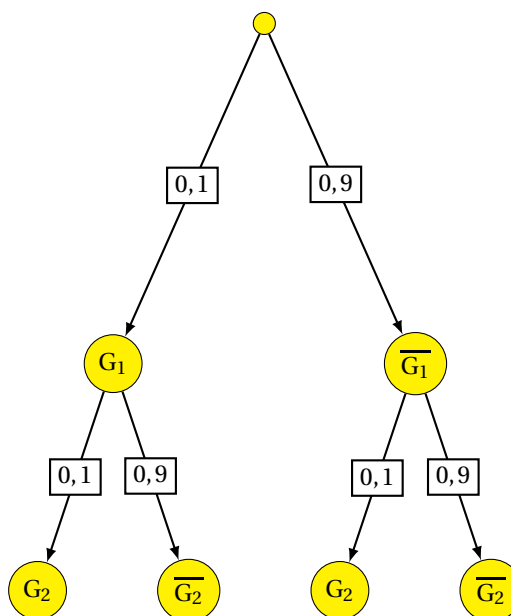
$$p + p + 0,1 = 1 \iff 2p = 0,9 \iff p = 0,45$$

2. Aujourd'hui, Croquette organise une séance d'entraînement de 2 sauts consécutifs entre ces 3 souris.

On s'intéresse aux chances de succès de la souris nommée Mickey.

On note G_1 l'événement « Mickey gagne la première épreuve (i.e que Mickey réalise le meilleur premier saut) » et G_2 l'événement « Mickey gagne la seconde épreuve (i.e que Mickey réalise le meilleur second saut) ».

(a) Réaliser un arbre pondéré afin de décrire cette expérience aléatoire.



(b) Déterminer la probabilité de l'événement $G_1 \cap G_2$.

$$p(G_1 \cap G_2) = 0,1 \times 0,1 = 0,01$$

(c) Déterminer la probabilité de l'événement $G_1 \cap \overline{G_2}$.

$$p(G_1 \cap \overline{G_2}) = 0,1 \times 0,9 = 0,09$$

(d) Déterminer la probabilité de l'événement $\overline{G_1} \cap G_2$.

$$p(\overline{G_1} \cap G_2) = 0,9 \times 0,1 = 0,09$$

(e) Déterminer la probabilité de l'événement $\overline{G_1} \cap \overline{G_2}$.

$$p(\overline{G_1} \cap \overline{G_2}) = 0,9 \times 0,9 = 0,81$$

1. Référence au livre « 1Q84 » de Murakami
 2. Référence au chat dans l'émission « Bref »
 3. Référence à la BD « Krazy Kat » de George Herriman
 4. Référence à la BD « Maus » de Art Spiegelman
 5. Référence bien connue de tous cette fois-ci