

EXERCICES

LE YAM'S MENTEUR

Matériel : 1 gobelet + 5 dés

Règles :

Le joueur qui entame un tour lance les 5 dés sous le gobelet.

Il regarde (ou non) ce qu'il a obtenu, et **annonce une main qu'il prétend au moins avoir** à son voisin (jusqu'à 5 dés en détails, mais pas forcément autant et *il peut évidemment mentir*).

Son voisin a alors deux choix :

↪ **Refuser le gobelet et annoncer « Menteur »**

On soulève alors le gobelet et s'il y a moins que l'annonce, le menteur perd, sinon, c'est l'autre. Le tour repart alors à zéro, à partir du perdant.

↪ **Accepter le gobelet et faire une annonce supérieure.**

Avant de faire son annonce, il peut regarder (ou non) ce qu'il y a dessous, et relancer (ou pas) les dés qu'il veut. S'il ne relance pas tous les dés, il doit mettre de côté ceux qu'il conserve et les montrer aux autres joueurs (mais ils font toujours partie de sa main).

Etc

Figures remarquables dans l'ordre croissant :

Figures	Rien	Paire	Double-Paire	Brelan	Full	Suite	Carré	Yams	Total
Nombres de telles figures	480	3600	1800	1200	300	240	150	6	7776
Probabilités arrondies	0.06	0.46	0.23	0.15	0.04	0.03	0.02	0.0008	1

Quelques probabilités utiles pour mesurer vos chances ou risques :

Faire une figure mieux qu'un(e)	paire gardée	double-paire gardée	double-paire en gardant une paire	brelan gardé	full en gardant le brelan
On relance	3 dés	1 dé	3 dés	2 dés	2 dés
Figure(s) possible(s)	Double-Paire, Brelan, Full, Carré, Yams	Full	Brelan, Full, Carré, Yams	Full, Carré, Yams	Carré, Yams
Probabilité	$\frac{13}{18}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{11}{36}$
Probabilité arrondie	0.72	0.33	0.44	0.44	0.31

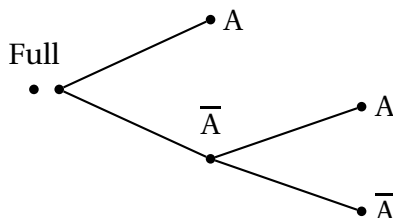
Pensez également à la probabilité de simplement améliorer les dés ne constituant pas la figure ...

 **Exercice 1 :** Pour justifier le second tableau : évaluer les chances d'amélioration d'une main

1. J'ai un full et je veux améliorer cette main en conservant le brelan.

- Quelles sont les **figures plus fortes** que l'on peut envisager faire ?
- Que signifie « ne pas obtenir de figure plus forte » sur les deux dés relancés ?
- On note A l'événement « la figure est améliorée ».

Compléter l'arbre suivant, modélisant le fait d'obtenir une figure améliorée avec les deux dés relancés, sachant que j'ai déjà un full :



- En déduire la probabilité de ne pas obtenir de figures plus fortes que le full en relançant deux dés.
- En déduire la probabilité d'améliorer un full en une figure plus forte.
Ensuite, pour le détail, je peux chercher la probabilité d'obtenir un meilleur full, mais cela dépendra évidemment du full déjà présent. Ceux qui sont intéressés peuvent regarder l'exercice suivant.

2. J'ai un brelan et je veux améliorer cette main en le conservant.

- Quelles sont les **figures plus fortes** que l'on peut envisager faire ?
- Que signifie « ne pas obtenir de figure plus forte » sur les deux dés relancés ?
- Construire un arbre approprié afin de déterminer la probabilité de ne pas obtenir l'une de ces figures.
- En déduire la probabilité d'obtenir une meilleure figure qu'un brelan. *Ensuite, pour le détail, je peux chercher la probabilité d'obtenir un meilleur brelan, mais cela dépendra évidemment des dés déjà présents. Voir l'exo 3.*

3. J'ai une paire et je veux améliorer cette main en la conservant.

- Quelles sont les **figures plus fortes** que l'on peut envisager faire ?
- Que signifie « ne pas obtenir de figure plus forte » sur les trois dés relancés ?
- Construire un arbre approprié afin de déterminer la probabilité de ne pas obtenir l'une de ces figures.
- En déduire la probabilité d'obtenir une meilleure figure qu'une paire.

4. S'inspirer des méthodes précédentes pour retrouver les dernières probabilités du deuxième tableau.

 **Exercice 2 : Améliorer un full précis**

1. Supposons que nous ayons le full le plus faible, à savoir celui des 1 par les 2 (ie 11122).

- ↪ Quelles sont les paires possibles qui améliore mon full par les 1 en un autre full par les 1 ?
- ↪ En déduire la probabilité d'obtenir un meilleur full par les 1.
- ↪ En déduire la probabilité d'améliorer le full 11122 en conservant les trois 1. *Au final, la probabilité d'améliorer mon full 11122 en conservant les trois 1 est de environ 0.41 ce qui n'est pas si improbable que cela.*

2. Supposons que nous ayons le full des 5 par les 2 (ie 55522).

- ↪ Quelles sont les paires possibles qui améliore mon full par les 5 en un autre full par les 5 ?
- ↪ En déduire la probabilité d'obtenir un meilleur full par les 5.
- ↪ En déduire la probabilité d'améliorer le full 55522 en conservant les trois 5.
Au final, la probabilité d'améliorer mon full 522 en conservant les trois 5 est de environ 0.39 ce qui n'est pas si improbable que cela.

3. On peut faire cela pour chaque full, mais autant retenir que la probabilité d'améliorer un full est à peu près entre 0.3 et 0.4.

Exercice 3 : Améliorer un brelan précis

- ↪ Par exemple, pour le brelan le plus faible, à savoir 11123 n'importe quel résultat améliorera ce brelan, sauf 23 ou 32.
En déduire la probabilité d'améliorer ce brelan.
On trouve environ 0.94 il s'agit donc d'un événement quasi-certain.
- ↪ Par contre, si vous avez le brelan 11145, on ne peut pas l'améliorer par un autre brelan de 1.
En déduire la probabilité d'améliorer ce brelan.

Exercice 4 : Pour justifier les probabilités du premier tableau : dénombrer les cas possibles

Avec mes amis, nous jouons souvent au yam's menteur (5 dés).

Il est établi entre nous que l'ordre décroissant de ce que l'on obtient avec les dés est :

- | | |
|---|--|
| ↪ Yams : 5 dés identiques | ↪ Brelan : 3 dés identiques |
| ↪ Carrés : 4 dés identiques | ↪ Double-paire : 2 fois 2 dés identiques |
| ↪ Full : 3 dés identiques + 2 autres identiques | ↪ Paire : 2 dés identiques |
| ↪ Suite : 5 numéros qui se suivent | ↪ Rien : Aucune des figures précédentes. |

La puissance d'une figure devrait évidemment dépendre de sa probabilité d'apparition.
On cherche à savoir si notre choix est cohérent avec cette règle.

Partie A : L'univers

Il est évident que l'ordre des dés ne compte pas. Cependant, lorsqu'on en tient compte dans notre modélisation, les issues sont équiprobables, ce qui rend les calculs simples, de plus on peut alors utiliser les arbres, très pratiques d'utilisation.

Nous allons donc commencer par tenir compte de l'ordre, puis « l'enlever » (comme souvent en probabilité).

Imaginer alors un arbre représentant la situation du jeu, afin de déterminer le nombre d'issues total.

Partie B : Dénombrement des issues

Comme nous sommes dans un cas d'équiprobabilité, plutôt que d'étudier les probabilités de chacune des figures, nous allons **dénombrer** le nombre de cas favorables de chacune, cela évitera les fractions.

1. Le Yams : 5 dés identiques

Donner le nombre de yams possibles (ie le nombre de chemins dans l'arbre réalisant le yams).

2. Le carré : 4 dés identiques

- a. Combien de branches de l'arbre imaginaire contiennent un carré de 1 et un 3 ?
- b. En déduire le nombre de carrés de 1 possibles.
- c. En déduire le nombre de carrés possibles.

3. Le full : 3 dés identiques + 2 identiques

- a. Combien de branches de l'arbre imaginaire contiennent un full de 6 par les 4 ?
- b. En déduire le nombre de full avec un brelan de 6 possibles.
- c. En déduire le nombre de full possibles.

4. La suite : 5 dés qui se suivent

- a. Combien de branches de l'arbre imaginaire contiennent une petite suite (celles commençant au 1).
- b. En déduire le nombre de suites possibles (grandes et petites).

5. Le brelan : 3 dés identiques

- a. Combien de branches de l'arbre contiennent un brelan de 5 avec un 2 et un 4 (avec le 2 et le 4 dans cet ordre).
- b. En déduire le nombre de brelans de 5 avec un 2 et n'importe quel dé différent de 2 et 5 (le 2 et l'autre dé dans cet ordre).
- c. En déduire le nombre de brelans de 5.
- d. En déduire le nombre de brelans possibles.

6. La double-paire

Il s'agit du cas le plus complexe à traiter, car il faut trouver le nombre de manières d'ordonner 3 faces différentes, dont *deux* ayant des rôles particuliers symétriques (les paires) parmi 5 dés. Nous calculerons donc le nombre de double-paires possibles par complémentarité, à la fin.

7. La Paire

- a. Combien de branches de l'arbre contiennent une paire de 4, un 3, un 5 et un 6 (avec le 3, 5 et 6 dans cet ordre).
- b. En déduire le nombre de paires de 4 avec un 3, un 5, et n'importe quel dé différent de 4, 3 et 5 (avec le même ordre que précédemment).
- c. En déduire le nombre de paires de 4 avec un 3, et n'importe quels dés distincts, différents de 4 et 3 (avec le même ordre que précédemment).
- d. En déduire le nombre de paires de 4.
- e. En déduire le nombre de paires possibles.

8. Rien

Une rapide analyse de la situation permet de comprendre que l'on a rien lorsque l'on a des dés tous différents, et qu'il ne s'agit pas d'une suite. Il s'agit donc de choisir un numéro de face à enlever parmi quatre possibles.

- a. Déterminer le nombre manières de permuter les nombres 1, 3, 4, 5 et 6.
- b. En déduire le nombre de « rien » possibles.

9. Retour sur la double-paire

Par complémentarité, trouver le nombre de double-paires possibles.

Partie C : Conclusion

1. Déduire des questions précédentes les probabilités de chaque figure.
2. Avait-on des règles cohérentes avec les probabilités d'apparition des figures ?

Réponses (dans l'ordre) : 6, 150, 300, 240, 1200, 3600, 480, 1800 pour 7776 cas.