

~ DEVOIR MAISON 5 ~ ALGO, DICHOTOMIE ET BALAYAGE

Vous traiterez au choix l'un des deux exercices.

Il peut cependant être intéressant de compléter les tableaux des deux exercices (en dehors de tout smiley)

Pour les irréductibles courageux, je précise tout de même que cette fois, je juge inintéressant de traiter les deux exercices en entier, les questions mathématiques étant à peu près similaires.

Exercice 1 :

Dichotomie ♠♠

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 14$

1. Dresser le tableau de variations complet de f sur \mathbb{R} .
2.
 - a. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et β dans \mathbb{R} .
 - b. Déterminer un encadrement de α et β par des entiers naturels successifs.
3. On propose l'algorithme ci-contre.
 - a. Compléter en colonne la trace d'algorithme ci-dessous pour les valeurs entrées $a = 0$, $b = 2$ et $e = 0.1$
 - b. Que fait cet algorithme ?
 - c. Justifier que la condition « $f(a) \times f(m) \geq 0$ » permet de tester si $f(a)$ et $f(m)$ sont de même signe.
 - d. Programmer cet algorithme sur le logiciel de votre choix et déterminer une valeur approchée de α à 10^{-3} près.
 - e. Faire de même pour β .



Algorithme 1 :

Entrée(s) :

a, b, e sont des nombres réels

Variable(s) :

m est un nombre réel

Début

Tant que $(b - a > e)$ **Faire**

$m \leftarrow \frac{a+b}{2}$

Si $(f(a) \times f(m) \geq 0)$ **Alors**

$a \leftarrow m$

Sinon

$b \leftarrow m$

Fin Si

Fin Tant que

Renvoyer a et b .

Fin


Instructions	Affectations et tests							
Test $b - a > e$		$2 - 0 = 2 > 0.1$ Vrai						
m		1						
Test $f(a) \times f(m) \geq 0$		$f(0) \times f(1) = 1$ Vrai						
a	0	1						
b	2	2						

 **Exercice 2 :**

Balayage ♠♠♠

Soit l'équation (E) : $x^3 - 5x = 3$

1. Démontrer que l'équation (E) admet une unique solution dans l'intervalle $[-1; 0]$.
2. On souhaite obtenir un encadrement d'amplitude 10^{-2} de cette solution. On propose l'algorithme ci-contre.
 - a. Le compléter afin qu'il réponde au problème posé.
 - b. Compléter ensuite en colonne la trace d'algorithme ci-dessous.
 - c. Critiquer l'optimisation (quantité de calculs nécessaires à une machine pour exécuter le programme) de cet algorithme.
 - d. Le programmer sur le logiciel de votre choix et donner l'encadrement cherché.
3.
 - a. L'équation (E) admet-elle des solutions n'appartenant pas $[-1; 0]$? Justifier.
 - b. Si oui, pour chaque solution, modifier l'algorithme précédent pour en obtenir un encadrement d'amplitude 10^{-2} .
 - c. Programmer ces algorithmes sur le logiciel de votre choix et donner ces encadrements.

 **Algorithme 2 :**

Variable(s) :
 x, y sont des réels

Début

$x := -1$
 $y := x^3 - 5x$

Tant que ($y > 3$) **Faire**

$x := \dots$

$y := \dots$

Fin Tant que

Renvoyer $x - 0.01, x$

Fin

Instructions	Affectations et tests								
Test $y > 3$		$4 > 3$ Vrai							
x	-1								
y	4								