

~ DEVOIR SURVEILLÉ 5 ~ FONCTIONS ET VARIATIONS.

La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de l'application.

Exercice 1. On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-15; 15]$ dont voici le tableau de variation :

x	-15	-5	0	5	10	15
$f(x)$	8	2	4	-1	10	0

(Note: Arrows in the original image indicate the path: 8 to 2, 2 to 4, 4 to -1, -1 to 10, 10 to 0.)

- Pour chacune des propositions dire si elle est vraie ou fausse, argumentez.
 - Proposition 1 : $f(1) < f(2)$.
 - Proposition 2 : Le minimum de la fonction f sur l'intervalle $[-15; 0]$ est -1 .
 - Proposition 3 : $f(x) > 0$ sur l'intervalle $[-15; 0]$.
 - Proposition 4 : Le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[5; 15]$ est 10 .
 - Proposition 5 : On ne peut pas comparer $f(11)$ et $f(-11)$.
 - Proposition 6 : La fonction f est négative sur l'intervalle $[0; 10]$.
- Réaliser une courbe pouvant admettre un tel tableau de variation. Votre courbe est-elle la seule que l'on puisse tracer ?

Exercice 2. On considère les fonctions f_1, f_2, f_3, f_4 et f_5 définies sur \mathbb{R} par :

$$f_1(x) = \frac{1}{3}x - 1 \quad ; \quad f_2(x) = -2x + 1 \quad ; \quad f_3(x) = \sqrt{x^2 + 1} \quad ; \quad f_4(x) = 0 \quad \text{et} \quad f_5(x) = (x - 1)^2 + 2$$

- Parmi les fonctions f_1, f_2, f_3, f_4 et f_5 lesquelles sont affines ? Argumenter.
- Dresser les tableaux de variations de f_1 et f_2 . Justifier.
- Déterminer le minimum de la fonction f_5 . Préciser en quelle valeur il est atteint.

Exercice 3. Lors des soldes, un magasin affiche la promotion suivante :

« Pour tout achat dont le montant est strictement inférieur à 100€, profitez de 20% de réduction. Si le montant est supérieur à 100€, bénéficiez de 35% de réduction. »

- Calculer le prix après réduction d'un article valant initialement 70€.
- Calculer le prix après réduction d'un article valant initialement 200€.
- Soit x le prix d'un article avant réduction.
 - Montrer que si $x < 100$ le prix en fonction de x que nous noterons $f(x)$ vaut $f(x) = 0,8x$
 - Déterminer $f(x)$ lorsque $x \geq 100$.
 - Peut-on dire que la fonction f est strictement croissante sur \mathbb{R}^+ ? Argumentez.
- Compléter l'algorithme suivant qui pour un prix X affiche le prix après réduction.
- Compléter le tableau de valeurs suivant :

Prix avant remise	0	20	40	80	100	120	160
Prix après remise							

- On note \mathcal{C}_f la représentation graphique de la fonction f sur $[0; +\infty[$. Représenter graphiquement \mathcal{C}_f en choisissant pour unité 1 cm = 20 € en abscisse et en ordonnée.



Algorithme 1 :

Données: X est un nombre réel positif.

Saisir X .

Si ($X < \dots$) **Alors**

Afficher $0,8X$

Sinon

Afficher

Fin Si