

≈ DEVOIR MAISON 21 ≈
ESPACE

Exercice 1. Dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace, on considère :

– les plans \mathcal{P} et \mathcal{P}' d'équations :

$$\mathcal{P} : x - y - z - 2 = 0 \quad \text{et} \quad \mathcal{P}' : x + y + 3z = 0.$$

– la droite \mathcal{D} ayant pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = -3 - 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$$

1. La droite \mathcal{D} est-elle orthogonale au plan \mathcal{P} ?
2. (a) Montrer que les plans \mathcal{P} et \mathcal{P}' sont sécants.
(b) Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ d'intersection des plans \mathcal{P} et \mathcal{P}' .
3. Etudier la position relative des droites \mathcal{D} et Δ .
4. Déterminer l'équation de la sphère \mathcal{S} de centre O et de rayon 2.
5. (a) Montrer que les points A(0;0;-2), B(2;0;0) et C(0;-2;0) sont trois points non alignés.
(b) Vérifier que A, B et C sont trois points du plan \mathcal{P} .
(c) Vérifier que A, B et C sont trois points de la sphère \mathcal{S} .
(d) Quelle est la nature du triangle ABC ?
(e) On note $\mathcal{C} = \mathcal{P} \cap \mathcal{S}$. Quelle est la nature de \mathcal{C} ?
(f) On admet que \mathcal{C} est un cercle, déterminer les coordonnées du centre G de \mathcal{C} et calculer son rayon.