

# CHAPITRE 11

# STATISTIQUES



## HORS SUJET



Document réalisé à l'aide de  $\text{\LaTeX}$

**Auteur :** C. Aupérin

**Site :** [wicky-math.fr/nf](http://wicky-math.fr/nf)

**Lycée Jules Fil** (Carcassonne)

**TITRE :** « Autoportrait (1863) » et « Le Tub (1885) »

**AUTEUR :** EDGAR DEGAS

**PRÉSENTATION SUCCINCTE :** Edgar Degas (1834-1917) est un peintre français, en général rattaché au mouvement impressionniste, formé à la fin du XIXe siècle, en réaction à la peinture académique de l'époque.

Sa carrière fut dès le départ influencée par les danseuses. En 1874, il commence à se faire connaître, les critiques louant ou dénigrant le réalisme de son travail. Il explore des thèmes comme les repasseuses ou les femmes à leur toilette, multipliant les points de vue audacieux, recherchant des effets lumineux et colorés. Il dit d'ailleurs à propos de ses nus : « Jusqu'à présent, le nu avait toujours été représenté dans des poses qui supposent un public. Mais mes femmes sont des gens simples... Je les montre sans coquetterie, à l'état de bêtes qui se nettoient. »

A partir des années 1880, Degas va aussi poser la question d'une sculpture « impressionniste », réalisant des modèles en cire peints au naturel, qu'il accessorise ensuite. Seule *La Grande Danseuse* (cf première page) fut présentée de son vivant, les autres modèles l'aidant surtout dans ses peintures. Cette incarnation de la grâce et de l'innocence trahit en réalité la fascination de Degas pour la criminalité. En effet, avec son visage est sculpté sur le modèle des physionomies de criminels définies à l'époque, et la danseuse était un parfait « petit rat », transmettant la syphilis aux bourgeois venant la voir ...

## Table des matières

<b>I ) Caractéristiques de position et de dispersion d'une série</b>	<b>2</b>
I.1. Définitions . . . . .	2
I.2. Interpréter des indicateurs . . . . .	4
I.3. Comparer deux séries . . . . .	4
I.4. A la calculatrice . . . . .	6
I.4.a. TI 82 à 84 . . . . .	6
I.4.b. TI 89 . . . . .	7
I.4.c. TI Nspire CX Cas . . . . .	8
<b>II ) Réflexion sur la moyenne</b>	<b>9</b>
<b>III ) Représentation graphique</b>	<b>10</b>
III.1. Diagramme en bâton . . . . .	10
III.2. Histogramme . . . . .	10
III.3. Diagramme circulaire . . . . .	10
<b>IV ) Echantillonnage ?</b>	<b>10</b>

### **L'ESSENTIEL :**

- ↪ Découvrir deux nouveaux types de courbes et les fonctions associées
- ↪ Connaître les trois formes possibles d'une fonction de degré 2
- ↪ Savoir l'utilité de chacune et les utiliser à bon escient
- ↪ Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction homogographique

« Quand quelqu'un paye un tableau 3 000 francs, c'est qu'il lui plaît.  
Quand il le paye 300 000 francs, c'est qu'il plaît aux autres. »

EDGAR DEGAS

# CHAPITRE 11:

# STATISTIQUES




## Au fil du temps

Les premières études étant démographiques, on en a gardé le vocabulaire.  
Dans ce chapitre, nous allons travailler les statistiques descriptives à travers des exemples.  
Globalement, il s'agit de révisions de collège pour vous.

## I) Caractéristiques de position et de dispersion d'une série

### I.1. Définitions

 **Travail de l'élève 1** : Au cours d'une enquête portant sur les bébés nés en 2013, on s'intéresse à la taille arrondie au cm.

1. Quelle est la population étudiée ?
2. Quelle est le caractère étudié ?
3. Etude :
  - a. Compléter le tableau suivant :

Taille en cm	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	Total
Effectif	13	2	0	15	24	33	57	46	32	40	29	6	3	
Fréquence à $10^{-2}$ près														
Effectif cumulé croissant														
Fréquence cumulée croissante														

- b. Quel est l'effectif de la population ?
- c. Quelle est l'étendue de cette série statistique ?
- d. Quel est le mode de cette série ?
- e. Calculer la taille moyenne de la population.
- f. Déterminer la taille médiane de la population.
- g. Déterminer les quartiles  $Q_1$  et  $Q_3$  de cette série.
- h. Déterminer l'écart inter-quartile de cette série.
- i. Représenter sur un axe les différents indicateurs ci-dessus.
- j. Commenter alors la répartition des valeurs (symétrie, dispersion).

Lorsque le caractère étudié prend des valeurs numériques, le caractère est dit **quantitatif** (qualitatif dans le cas contraire)

Dans tout le chapitre, on ne considérera que des séries statistiques portant des caractères quantitatifs discrets.

**Définition 1.**

On considère une série statistique quantitative.

- ↪ L'**effectif cumulé croissant** d'une valeur est le nombre d'individus ayant une valeur inférieure ou égale à celle considérée.
- ↪ Son **étendue** est la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale prises par le caractère.
- ↪ Son **mode** est la valeur du caractère ayant le plus grand effectif.
- ↪ On note  $x_1, x_2, \dots, x_p$  les valeurs prises par le caractère et  $n_1, n_2, \dots, n_p$  les coefficients (ou effectifs) associés.

La moyenne pondérée de la série, notée  $\bar{x}$  est le quotient :

$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_p x_p}{n_1 + n_2 + \dots + n_p} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{\text{Somme des coefficients}}$$

- ↪ On appelle **médiane** de la série, notée  $Me$ , une valeur qui partage la population en deux parties de même effectif.

Autrement dit,

- au moins 50% des caractères sont inférieurs ou égaux à  $Me$
- et au moins 50% des caractères sont supérieurs ou égaux à  $Me$ .

- ↪ On appelle **1er quartile** de la série, notée  $Q_1$ , la plus petite valeur de la série telle que :

- au moins 25% des caractères sont inférieurs ou égaux à  $Q_1$
- et au moins 75% des caractères sont supérieurs ou égaux à  $Q_1$ .

- ↪ On appelle **3ème quartile** de la série, notée  $Q_3$ , la plus petite valeur de la série telle que :

- au moins 75% des caractères sont inférieurs ou égaux à  $Q_3$
- et au moins 25% des caractères sont supérieurs ou égaux à  $Q_3$ .

- ↪ L'**écart interquartile** est  $Q_3 - Q_1$ .

On représente en général ces valeurs sur un axe.

Faire le schéma du math'x p 170 pour la répartition.

**Remarques :**


- ↪ La moyenne est une caractéristique de position, elle est sensible aux valeurs extrêmes
- ↪ La médiane et les quartiles sont des caractéristiques de position également, ils sont peut sensibles aux valeurs extrêmes.  
On les trouve grâce aux effectifs cumulés croissants.
- ↪ L'étendue et l'écart interquartile sont des caractéristiques de dispersion.  
On les compare souvent pour voir l'homogénéité d'une série (ou son hétérogénéité) :
  - plus l'écart interquartile est grand par rapport à l'étendue, plus la série est dispersée.
  - plus l'écart interquartile est décalé (vers la gauche ou la droite de l'axe), moins la série est symétrique.
- ↪ **Facultatif** : On peut regrouper les valeurs d'une série par classe (intervalles), mais nous n'évoquerons pas ce cas ici.

**I.2. Interpréter des indicateurs**

**Travail de l'élève 2** : Délic p 164 activité 1

**I.3. Comparer deux séries**

**Travail de l'élève 3** : Math'x p 166 activité 4

 **Exercice 1** : Le tableau suivant indique la population (en millions d'habitants) et la densité de population (en hab/km<sup>2</sup>) des pays du Proche-Orient.

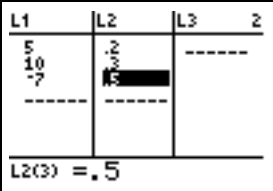
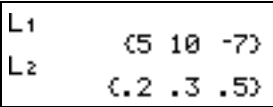
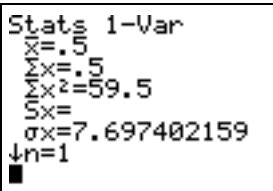

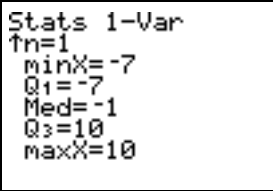
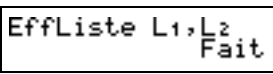
Pays	Population	Densité
Arabie Saoudite	20.9	9.7
Bahreïn	0.7	700
Emirats Arabes Unis	2.8	33.3
Egypte	66.9	66.8
Iran	66.2	40.1
Irak	22.5	51.8
Israël	6.1	290.4

Pays	Population	Densité
Jordanie	4.7	47.9
Koweït	2.1	116.6
Liban	4.1	410
Oman	2.5	11.7
Qatar	0.5	45.4
Syrie	16	86.4
Yemen	16.4	31

- On considère la série statistique des populations.
  - ↪ Calculer l'étendue, la moyenne, la médiane, le premier quartile et le troisième quartile de cette série.
  - ↪ Quel(s) est (sont) le(s) pays dont la population est la plus voisine de la moyenne ?
  - ↪ Quel(s) est (sont) le(s) pays dont la population est la plus voisine de la médiane ?
- On considère la série des densités. Répondre pour cette série à la question 1).
- Pour la série des populations, le Bahrein et Qatar d'une part, l'Égypte et l'Iran d'autre part, ont des valeurs exceptionnelles. Calculer :
  - ↪ La moyenne de la série des populations, élaguée de ces quatre valeurs ;
  - ↪ L'étendue de cette nouvelle série ;
  - ↪ La médiane de cette nouvelle série.
- ↪ Pour la série des densités, calculer la moyenne élaguée de la densité de Bahrein, ainsi que la médiane de cette nouvelle série.
  - ↪ Calculer la différence entre moyenne élaguée et la moyenne initiale, puis entre cette médiane et la médiane initiale.
  - ↪ Quels commentaires vous inspirent ces résultats ?
- Déterminer la population totale du Proche-Orient.
- Calculer la superficie de chaque pays. Déterminer alors la superficie totale des pays du Proche-Orient.
- En déduire la densité des pays du Proche-Orient.

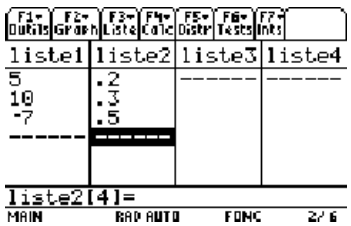

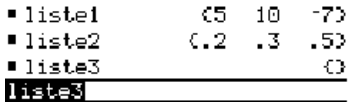
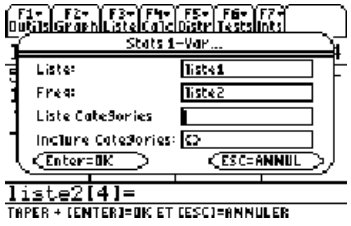
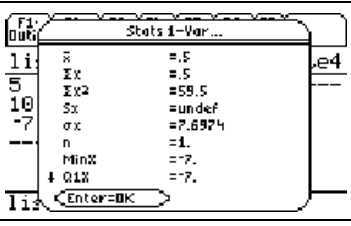

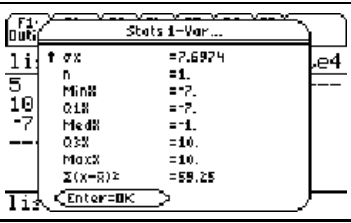


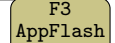

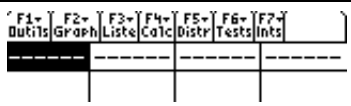

I.4. A la calculatrice

I.4.a. TI 82 à 84

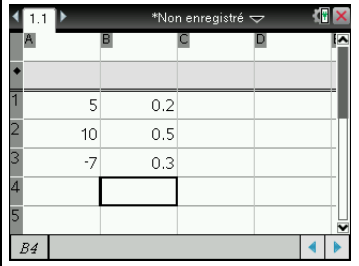
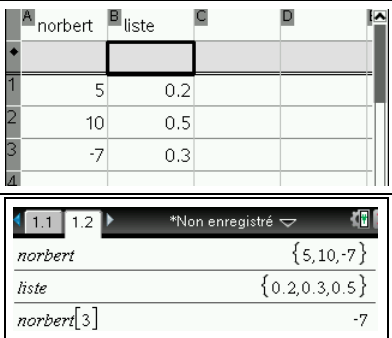
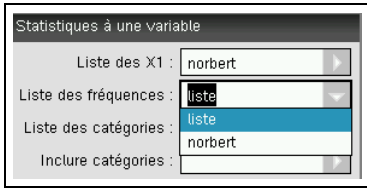
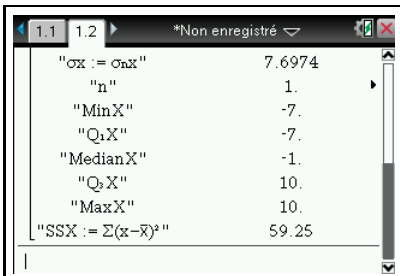
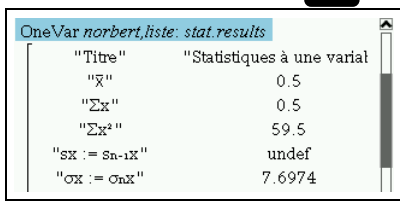

Objectif	Affichage voulu	Méthode à suivre
Editer des listes de nombres		<p>Appuyer sur <b>stats</b></p> <p>Dans EDIT choisir 1:Edite...</p> <p>Compléter les listes en utilisant les flèches pour vous déplacer.</p>
Afficher des listes dans l'écran de calcul		<p><b>L1</b> : <b>2nde</b> + <b>1</b> et valider par <b>entrer</b></p> <p><b>L2</b> : <b>2nde</b> + <b>2</b> et valider par <b>entrer</b></p>
Afficher les indicateurs dans l'écran de calcul	<p>Stats 1-Var L1,L2</p> <p>La calculatrice affiche :</p>  <p>En se déplaçant avec </p> 	<p>Appuyer sur <b>stats</b></p> <p>Dans CALC choisir 1:Stats 1-Var</p> <p>Préciser les listes concernées et valider.</p> <p><i>Liste des valeurs possibles ou observées en premier, puis liste des probabilités ou effectifs correspondantes.</i></p> <p><b>Indicateurs dont vous avez besoin :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>↪ <math>\bar{x}</math> : moyenne des valeurs de L1 affectées des coefficients de L2</li> <li>↪ <math>n</math> : l'effectif, ie la somme des éléments de L2</li> <li>↪ minX : la plus petite valeur prise par X</li> <li>↪ <math>Q_1</math> : le premier quartile</li> <li>↪ Med : la médiane</li> <li>↪ <math>Q_3</math> : le troisième quartile</li> <li>↪ maxX : la plus grande valeur de X</li> </ul>
Effacer des listes		<p>Appuyer sur <b>stats</b></p> <p>Dans EDIT choisir 4:EffListe</p> <p>Préciser les listes concernées et valider.</p>



I.4.b. TI 89


Objectif	Affichage voulu	Méthode à suivre
<p><b>Editer une liste de nombre</b></p>		<p>Dans <b>APPS</b> choisir  <b>Stats/Editeur liste</b>  <i>Eventuellement choisir 3:Nouveau et donner un nom à la feuille de calculs.</i></p> <p>Compléter les listes en utilisant les flèches pour vous déplacer.</p>
<p><b>Afficher des listes dans l'écran de calcul</b></p>		<p>Il suffit d'écrire le nom <i>exact</i> de la liste souhaitée</p>
<p><b>Afficher les indicateurs</b></p>	 <p>La calculatrice affiche :</p>  <p>En se déplaçant avec </p> 	<p>Dans l'éditeur de listes, ouvrir l'onglet           Choisir <b>1:Stats 1-Var ...</b>          Compléter comme ci-contre et valider  <i>Liste des valeurs possibles ou observées dans Liste ,          Liste des probabilités ou effectifs dans Freq .</i></p> <p><b>Indicateurs dont vous avez besoin :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>↪ <math>\bar{x}</math> : moyenne des valeurs de liste1 affectées des coefficients de liste2</li> <li>↪ <math>n</math> : l'effectif, ie la somme des éléments de liste2</li> <li>↪ MinX : la plus petite valeur prise par X</li> <li>↪ <math>Q_1X</math> : le premier quartile</li> <li>↪ MedX : la médiane</li> <li>↪ <math>Q_3X</math> : le troisième quartile</li> <li>↪ MaxX : la plus grande valeur de X</li> </ul>
<p><b>Effacer le contenu des listes</b></p>		<p>Dans <b>HOME</b> appuyer sur <b>CATALOG</b>          Ouvrir l'onglet  et choisir <b>effListe(</b>  <i>Pour aller directement à la lettre E appuyer sur </i>          Préciser les listes concernées et valider.</p>
<p><b>Effacer l'affichage dans l'éditeur de listes</b></p>		<p>Dans l'éditeur de listes, ouvrir l'onglet           Choisir <b>8:Effacer Editeur</b>  <i>Les listes existent toujours en tant que variables.</i></p>

I.4.c. TI Nspire CX Cas


Objectif	Affichage voulu	Méthode à suivre
<p><b>Editer une liste de nombre</b></p>		<p>Créer un classeur dans <b>on</b> en choisissant <b>1</b> Nouveau                  Puis 4: Ajouter Tableur &amp; Listes  <i>Idem si on ajoute une page grâce à <b>ctrl</b> + <b>doc</b></i></p> <p>Compléter listes en utilisant les flèches pour vous déplacer.</p>
<p><b>Afficher des listes dans l'écran de calcul</b></p>		<p>Donner un nom aux listes que l'on souhaite afficher.</p> <p>Créer une page de calculs en appuyant sur <b>ctrl</b> + <b>doc</b>                  Choisir 1: Ajouter Calculs</p> <p>Appuyer sur <b>var</b> et sélectionner la liste souhaitée.  <i>Pour n'afficher qu'un terme, préciser lequel entre crochets.</i></p>
<p><b>Afficher les indicateurs</b></p>	 <p>La calculatrice affiche :</p>  <p>En se remontant avec <b>▲</b></p> 	<p>Appuyer sur <b>menu</b> et choisir 6: Statistiques (4 dans l'application Tableur)                  Puis 1: Calculs statistiques ...                  et 1: Statistiques à une variable...</p> <p>Laisser le nombre de listes à 1                  Compléter la liste des X1 et des fréquences comme ci-contre et laisser le reste vide.</p> <p><b>Indicateurs dont vous avez besoin :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>↪ <math>\bar{x}</math> : la moyenne des valeurs de Norbert pondérées par celles de liste</li> <li>↪ <math>n</math> : l'effectif, ie la somme des éléments de liste</li> <li>↪ MinX : la plus petite valeur</li> <li>↪ <math>Q_1X</math> : le premier quartile</li> <li>↪ MedianX : la médiane</li> <li>↪ <math>Q_3X</math> : le troisième quartile</li> <li>↪ MaxX : la plus grande valeur</li> <li>↪ <math>\Sigma (x - \bar{x})^2</math> : la <b>variance</b></li> </ul>
<p><b>Effacer le contenu des listes</b></p>		<p>Se placer sur la case grise de la liste à effacer.                  Appuyer sur <b>menu</b> et choisir 3: Données                  Puis 4: Supprimer les données  <i>Les listes existent toujours en tant que variables vides.</i></p>

## II) Réflexion sur la moyenne


 **Travail de l'élève 4** : Jouer à « Moyenne-Médiane » : Math'x p 166 Activité 3


 **Exercice 2** : Que devient la moyenne de 10 nombres lorsque :


- ↪ Tous augmentent de 5 ?
- ↪ Un seul augmente de 5 ?
- ↪ Tous sont multipliés par 5 ?


 **Exercice 3** :


1. Lors d'un devoir, un professeur a noté sur 30. Il ramène toutes ses notes sur 20 en multipliant par  $\frac{2}{3}$ . Que devient la moyenne ?
2. A un autre devoir, tous les élèves ont réussi la question bonus sur 2 points. Que devient la moyenne ?
3. Lors de deux interrogations écrites sur 10, le professeur décide de calculer les moyennes des interrogations séparément, puis de les ajouter. Cela revient-il au même que d'ajouter pour chaque élève ses notes, puis de faire la moyenne des notes sur 20 ?


 **Exercice 4** : Lors d'un devoir commun, les 209 (35 élèves) ont obtenu 12 de moyenne, les 206 (34 élèves) ont obtenu 11,1 de moyenne et les 210 (31 élèves) ont obtenu 12,4 de moyenne. Calculer la moyenne des élèves à ce devoir.

 **Exercice 5** : On effectue les pesées de 40 judokas avant une compétition. Leur poids moyen est de 72 kg. On se rend compte que la balance qui a été utilisée est mal réglée et qu'elle indique 500 g de moins que le poids réel. Quel est le poids moyen réel des 40 judokas ?

 **Exercice 6** : Après six contrôles, un élève obtient 12 de moyenne, puis il obtient 15 au septième contrôle. Tous les contrôles ont le même coefficient. Quelle est sa nouvelle moyenne ?

 **Exercice 7** : On doit déterminer la moyenne de 560 nombres. A la calculatrice, on trouve 115 comme moyenne. Mais on s'aperçoit que l'on a oublié d'« entrer » l'un des nombres, à savoir 171. Quelle est la moyenne des 561 nombres ?

 **Exercice 8** : Une épreuve d'examen est constituée de deux parties indépendantes A et B. Un professeur corrige la partie A et un autre la partie B. La note totale à cette épreuve s'obtient en ajoutant la note obtenue à la partie A et la note obtenue à la partie B. Pour la partie A, la moyenne des notes est égale à 9 et pour la partie B à 7. Quelle est la moyenne des notes à cette épreuve ?


 **Exercice 9** : Dans deux entreprises A et B, les moyennes des salaires masculins et féminins sont données par le tableau suivant :


Salaire moyens en euros	A	B
Hommes	1400	1500
Femmes	1000	1100

La répartition hommes/ femmes dans les deux entreprises est donnée par le tableau suivant :

Répartition	A	B
Hommes	50%	20%
Femmes	50%	80%

Pour chaque catégorie (hommes ou femmes), l'entreprise B paye mieux et pourtant ...  
 Calculer pour chaque entreprise la moyenne des salaires pour l'ensemble des employés.  
 Quels commentaires pouvez-vous faire ?  
*Commentaire* : Cette influence de la pondération est appelée « effet de structure »

 **Exercice 10** : La moyenne de 5 notes d'un élève est de 12. Les quatre premières sont 13, 10, 8 et 15. Quelle est la cinquième ?

 **Exercice 11** : Un candidat à un examen a passé les quatre premières épreuves suivantes : Les Mathématiques coefficient 3, le Français coefficient 3, l'Histoire-Géographie coefficient 2 et les Langues coefficient 1.  
 Sa moyenne est de 9.7. Il lui reste à passer l'épreuve d'éducation physique coefficient 2. Quelle note minimale doit-il obtenir pour que sa moyenne finale soit supérieure à 10 ?

### III ) Représentation graphique

#### III.1. Diagramme en bâton

On l'utilise pour représenter graphiquement une série statistique dont le caractère est discret (qualitatif). On représente sur l'axe des abscisses les différentes valeurs du caractère dans l'ordre croissant (aléatoirement pour un caractère qualitatif) et sur l'axe des ordonnées les effectifs.

#### III.2. Histogramme

On l'utilise pour représenter graphiquement une série statistique dont le caractère est continu. Il s'agit d'un diagramme en colonnes dans lequel l'aire de chaque colonne est proportionnelle à l'effectif de la classe.

#### III.3. Diagramme circulaire

On l'utilise pour représenter graphiquement une série statistique dont le caractère est discret ou qualitatif. L'angle d'ouverture de chaque secteur est proportionnel à l'effectif :

$$\text{Angle} = \frac{\text{Effectif de la valeur}}{\text{Effectif total}} \times 360 = \text{Fréquence} \times 360$$

**Exercice 1.** Représenter avec le graphique approprié les caractères étudiés sur les bébés nés en 2008.

### IV ) Echantillonnage ?