

~ RÉVISIONS ~

DÉVELOPPEMENT ET FACTORISATION

Exercice 1 :

PARTIE A.

Développer à la main

Développer et réduire les produits suivants :

$(x + 2)(3x + 4)$

$(3x + 1)(x - 5)$

$(3x + 1)(5 - x)$

$2(3x + 1)(5 - x)$

$x(4 - 5x)$

PARTIE B.

Développer avec un algorithme

Lucas a écrit l'algorithme ci-dessous, permettant de trouver la forme développée réduite de toutes les expressions de la forme $(ax + b)(cx + d)$.

- Lucas teste son algorithme avec les entrées $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$ et $d = 4$.
 - Que renvoie alors l'algorithme ?
 - Quelle expression de la partie A l'algorithme permet-il de développer ?
Expliquer les rôles des entrées et des variables.
- Quelles entrées peut-on donner pour développer l'expression $(3x + 1)(x - 5)$?
 - Appliquer l'algorithme avec ces valeurs et vérifier la cohérence de vos réponses grâce à la partie A.
- Reprendre la question 2. pour chacune des expressions restantes de la partie A.



Algorithme 1 : Développement

Entrée(s) :

a, b, c, d sont des nombres réels

Variable(s) :

m, n et p sont des nombres réels

Début

m prend la valeur $a \times c$

n prend la valeur $a \times d + b \times c$

p prend la valeur $b \times d$

Renvoyer m, n et p

Fin

PARTIE C.

Comprendre un algorithme

- Justifier les valeurs de m, n et p en fonction de a, b, c et d de l'algorithme de Lucas.
- En utilisant l'algorithme de Lucas, donner la forme développée de l'expression $(2x - 3)^2$.
Vérifier par le calcul.
- Modifier l'algorithme de Lucas pour obtenir la forme développée du produit $(ax + b)^2$

Exercice 2 : Développer puis réduire si possible les expressions suivantes

$$A = 5(x + 2) - 2(3x - 1) \quad ; \quad B = -2a(5x - 3a + 4) \quad ; \quad C = -(a + b) \quad D = -(a - b) \quad ; \quad E = (2x - 3)(-5x + 2)$$

$$F = (3\sqrt{2} - 4)^2 \quad ; \quad G = (4x - 6)^2 \quad ; \quad H = (3x + 1)(3x - 1)$$

Contrôler le résultat obtenu pour G et H avec $x = -3$.

Exercice 3 : Développer les expressions suivantes :

1. $x(x + 4)$

3. $(2x - 1)(x + 3)(x + 1)$

5. $3(2t - 1)^2$

2. $(3x^2 - 4x + 1)(x + 1)$

4. $(2y - 1)^2(y + 2)$

6. $(3(2t - 1))^2$

Exercice 4 :

Sans calculatrice

1. Développer $(x + y)^2 - (x - y)^2$

2. Sans calculatrice, calculer $10001^2 - 9999^2$

Exercice 5 :

Problème de maximum

1. Montrer que $-t^2 + 6t - 6 = 3 - (t - 3)^2$

2. Pour quelle valeur de t l'expression précédente admet-elle sa valeur maximale ? ¹

1. On remarquera que quelque soit la valeur de t l'expression $(t - 3)^2$ est positive ou nulle.

 **Exercice 6** : Factoriser les sommes suivantes en faisant apparaître le facteur commun comme ci-dessous :

$$(5+x)(x+3) + 2(x+3)(x-1) = \underline{(x+3)}[(5+x) + 2(x-1)] = (x+3)(5+x+2x-1) = (x+3)(4+3x)$$

$$5(z-2)(z^2+7) - 8z(z-2) = \underline{(z-2)}[5(z^2+7) - 8z] = (z-2)(5z^2+35-8z)$$

I = (2i + 1)(3i + 2) + (2i + 1)(5i + 7)

M = (4x + 1)(x - 2) + x(2 - x)

Q = x² - 6x

J = (5u - 2)(4u + 3) + (4u + 3)

N = 2x(x - 1) + 3x

R = 35x - 15

K = (5u - 2)(4u + 3) - (4u + 3)

O = (x - 1)(4x - 7) + x - 1

S = xy + 4xz

L = (5u - 2)(4u + 3) + (4u + 3)²

P = 4(5x - 3)² - (3x - 4)(5x - 3)

T = 5(x + 2) - (x + 1)(x + 2) + x(x + 2)

 **Exercice 7** : Factoriser les expressions suivantes.

Factoriser

1. 4x² - 4x + 1

3. 9x² + 24x + 16

5. (9x² - 25) + (6x + 10)

2. 16x² - 9

4. 25 - (x + 1)²

6. x² - 4x + 4 - (x - 2)(7 - x)

 **Exercice 8** :

Sans calculatrice

Le but de cet exercice est de calculer le nombre suivant :

$$A = 83875683470^2 - 83875683469 \times 83875683471$$

1. Que donne ce calcul avec la calculatrice ?
2. On pose $a = 83875683470$. Exprimer A en fonction de a , puis, en simplifiant, déterminer A.
3. Conclure.

 **Exercice 9** : Pour chaque expression, entourer la forme développée et la forme factorisée correspondantes.

Expression	Formes proposées		
5(3 - 6x)	-15x	15 - 30x	15 - 6x
	10(1 - 3x)	15(1 - 3x)	15(1 - 2x)
(3 - 6x)(4 - x)	-6x ² - 27x - 12	6x ² - 27x + 12	-6x ² - 27x + 12
	3(1 - 2x)(4 - x)	3(1 - 2x) $\left(\frac{4}{3} - \frac{1}{3}x\right)$	(1 - 2x)(12 - 3x)
(3 - 6x) ²	9 - 36x + 36x ²	9 + 36x - 36x ²	9 - 36x - 36x ²
	3(1 - 2x) ²	6(1 - 2x) ²	9(1 - 2x) ²
2x + 5 + (2x + 5)(x - 1)	2x ² + 5x	2x ² + 9x + 10	9x
	(2x + 5)(x - 1)	x(2x + 5)	9x
2x + 5 + 2x + 5(x - 1)	2x ² + 5x	2x ² + 9x + 10	9x
	(2x + 5)(x - 1)	x(2x + 5)	9x
12(5 - 2x)(x + 1) ² - (3x + 7)(5 - 2x)	-24x ³ + 54x ² - 53x + 95	-24x ³ + 66x ² - 25x + 25	-24x ³ + 18x ² + 95x + 25
	(5 - 2x)(12x ² + 21x + 19)	(5 - 2x)(12x ² + 21x + 5)	(5 - 2x)(12x ² - 3x + 5)