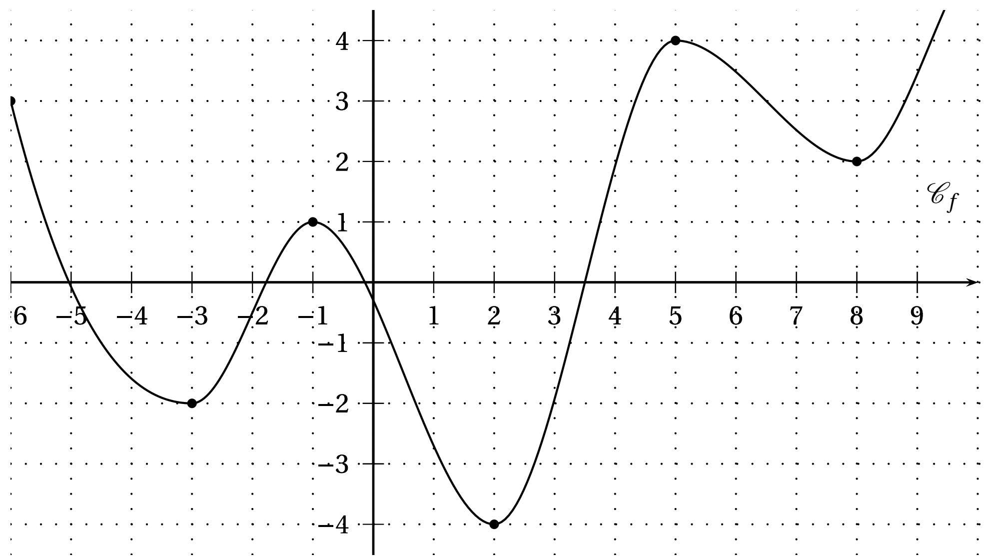
∽ EXERCICES ∽
SOUVENT FONCTION VARIE ...

Exercice 1 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par la courbe ci-dessous. **Synthèse sur les lectures graphiques**



1. **Signe** :
   a. Etablir graphiquement le tableau de signes de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
   b. En déduire les solutions des équations et inéquations suivantes :

$$f(x)=0 \qquad f(x)>0 \qquad f(x)\geq 0 \qquad f(x)<0 \qquad f(x)\geq 0$$

2. **(In)équations** :
   Résoudre graphiquement les équations et inéquations suivantes :

$$f(x)=-3 \qquad f(x)\geq -3 \qquad f(x)\leq 3 \qquad f(x)=2 \qquad f(x)>2 \qquad f(x)\geq 2$$

3. **Extrema** :
   a. Lire le maximum de f sur $[-5;0]$ et préciser pour quelle valeur de x il est atteint.
   b. Même question sur $[-4;6]$.
   c. Reprendre les deux questions précédentes pour le minimum de f.
4. **Variations** :
   Etablir graphiquement le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2 : On donne les deux tableaux suivants pour une fonction f. On sait de plus : $f(-1)=2$ et $f(4)=1$

x	-6		1		3		5
Signe de $f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

x	-6	-2	0	1	2	5
Variations de f	5 ↘	1 ↗	3 ↘	-1 ↘	-4 ↗	2

1. Corriger le tableau de variations de f afin d'enlever toute incohérence entre les informations ci-dessus.
2. Préciser les extrema de f et les valeurs où ils sont atteints
3. Dessiner une courbe représentative de f compatible avec toutes les informations.

Exercice 3 : Même exercice que précédemment avec une fonction g et les informations suivantes.

x	-4		0.5		3
Signe de $g(x)$		$-$	0	$+$	

x	-4		-2		0		1		3
Variations de g			-2				3		
		↗		↘		↗		↘	
	-5				-1				2

De plus l'image de -3 est -6 et le seul antécédent de 4 est 2.

Exercice 4 : On donne le tableau de variations d'une fonction f suivant.

x	-6	-3	-2	-1.5	1	2	4
Variations de f	‖				3		1
	‖ ↘	5		1 ↗		↘ ↗	
	‖		-2			-4	

1. Préciser les éventuels maximum et minimum de f sur son ensemble de définition.
2. Tracer une courbe compatible avec ce tableau.
3. Etablir alors graphiquement un tableau de signes de la fonction f.

Exercice 5 : Soit z la fonction définie par $z(x) = \dfrac{3}{x-3}$.

1. Quel est son ensemble de définition ?
2. Après avoir tracer cette fonction sur votre calculatrice, décrire les variations de z (par des phrases).
3. Résumer cela dans un tableau de variations de z.
4. Rajouter une ligne au tableau pour décrire le signe de z.

Exercice 6 :

1. Dresser le tableau de variations de la fonction « carré » à partir de sa courbe représentative sur votre calculatrice
2. Trouver à l'aide du graphique les solutions des inéquations suivantes :

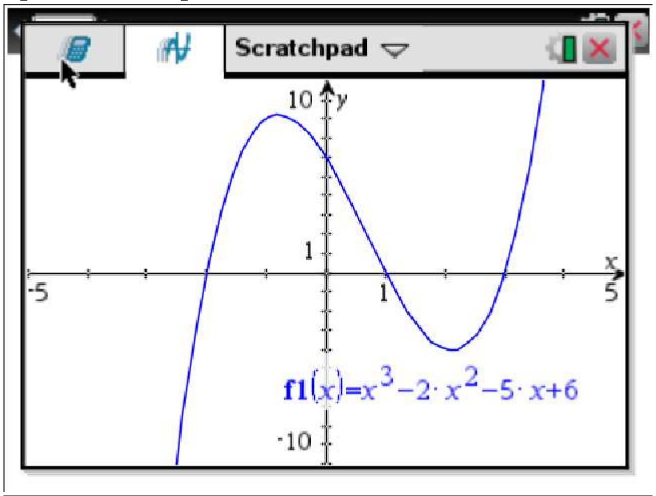
$$x^2 \leq 3 \qquad\qquad x^2 \geq 2 \qquad\qquad 1 \leq x^2 \leq 5$$

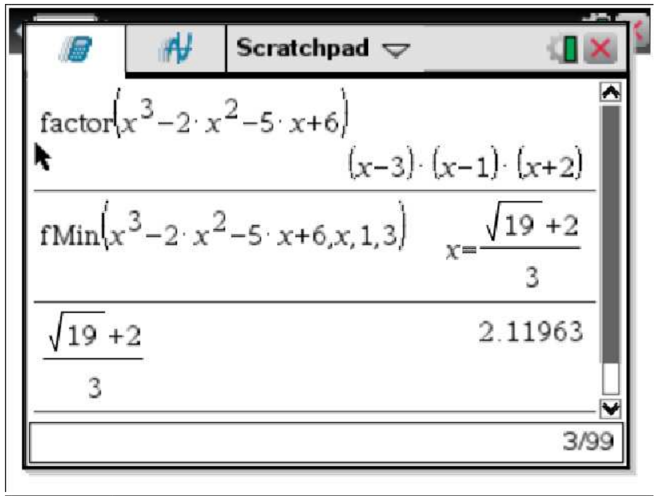
Exercice 7 :

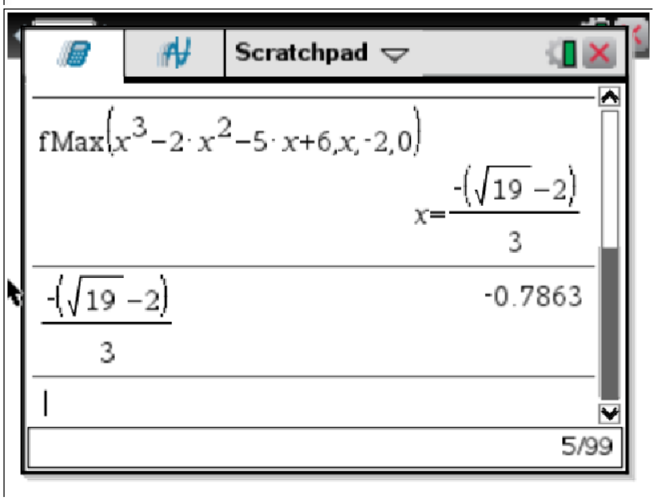
1. Dresser le tableau de variations de la fonction « inverse » à partir de sa courbe représentative sur votre calculatrice
2. Trouver à l'aide du graphique les solutions des inéquations suivantes :

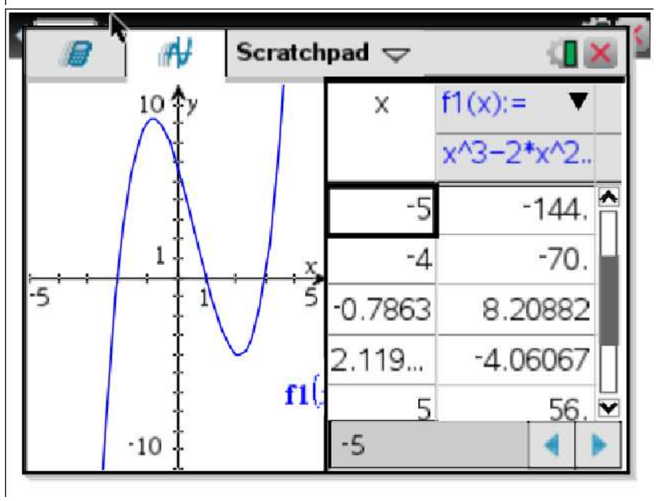
$$\frac{1}{2} \leq \frac{1}{x} \leq 1 \qquad\qquad -1 \leq \frac{1}{x} \leq -\frac{1}{4} \qquad\qquad -\frac{1}{4} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$$

Exercice 8 : Simone, élève de seconde, doit étudier les caractéristiques de la fonction f définie sur $[-5;5]$ par $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ en se servant de sa calculatrice.
Après les manipulations nécessaires, elle obtient les différents écrans suivants.









1. Déterminer par le calcul les images de 0, 1 et -3 par f.
2. Déterminer les antécédents de 0 graphiquement puis par le calcul.
   Pour la résolution algébrique vous pouvez utiliser un des résultats donnés par la calculatrice sans avoir à le justifier.
3. Etablir alors par le calcul le tableau de signes de $f(x)$.
   Contrôler vos résultats graphiquement.
4. Etablir le tableau de variations de la fonction en vous servant des données obtenues dans les différents écrans.

Exercice 9 : Soit la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4x - 1$

1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $f(x) = -(x-2)^2 + 3$
2. En déduire le maximum de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
3. Tracer la courbe représentative de f sur $[-2;5]$
4. Compléter le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	0	$\cdots$	10	$+\infty$
Variations de f					

5. Grâce à ce tableau de variation, donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$
6. Grâce à la courbe résoudre graphiquement cette équation.
7. Par dichotomie, donner un encadrement à 10^{-2} de ces solutions.
8. Retrouver ces nombres par le calculs
9. Vérifier la cohérence des trois méthodes.

Exercice 10 : f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que $f(1) = 3$ et $f(-2) = -1$

1. Peut-on en déduire que f est croissante sur $[-2;1]$?
2. On sait de plus que f est une fonction affine. Peut-on alors connaitre son sens de variation sur $\mathbb{R}$?
3. Retrouver l'expression de f.

Mêmes questions pour une fonction g affine telle que $g(-2) = 9$ et $g(3) = -11$.

Exercice 11 :

1. Dans un repère, tracer la droite passant par $A(2;-1)$ et $B(3;5)$.
   Trouver le coefficient directeur puis l'ordonnée à l'origine de la droite (AB). En déduire l'expression de la fonction affine représentée par cette droite.
2. Même question pour les points $C(-1,2)$ et $D(3;-1)$.
3. Trouver par le calcul les coordonnées du point d'intersection des droites (AB) et (CD). *Vérifier graphiquement.*

Exercice 12 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x + 1$.

1. Trouver les images de 0 et de -2 par la fonction f.
2. Calculer $f\left(\frac{4}{3}\right)$.
3. Trouver les éventuels antécédents de 0 et -2 par la fonction f.
4. Résoudre $f(x) = \frac{4}{3}$.
5. Tracer la représentation graphique de f dans un repère orthonormé et contrôler graphiquement les résultats précédents.