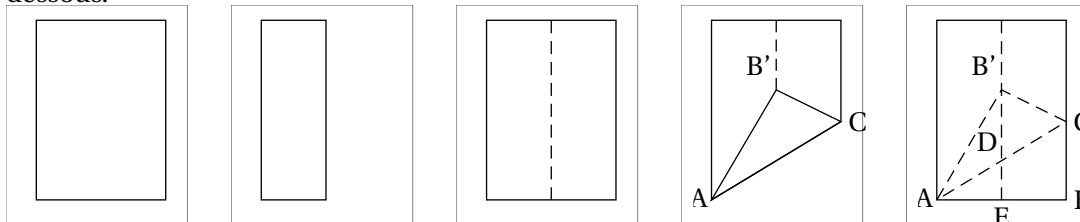


Travail de l'élève 2 :

1. Construction

- a. Prendre une nouvelle feuille de papier A4 et recommencer les premières étapes de la construction ci-dessous.



- b. Déplier votre feuille, nommer les points comme ci-dessus et repasser les pliures en couleurs.

2. Démonstration

- a. Expliquer pourquoi $AD = BD$ et coder la figure.
b. Quelle est la nature du triangle ABC ?
En déduire que D est le milieu de $[AC]$ et coder la figure.
c. Que peut-on alors dire du triangle BCD ?
Quels angles sont alors égaux ? Coder la figure.
d. Grâce à la construction, que pouvez-vous dire sur B et B' ?
Et des triangles BCD et $B'CD$?
e. Coder alors toutes les égalités de longueurs et d'angles que vous pouvez en déduire dans les triangles
f. Pouvez-vous dire sur les droites (BC) et $(B'D)$?
g. Que pouvez-vous en déduire sur les mesures de $\widehat{BCD}$ et $\widehat{B'DC}$?
h. Que peut-on alors dire du triangle BCD ?
3. Calculer alors la surface de votre tétraèdre.

Conclusion

Pour trouver l'intersection d'un solide avec un plan $\mathcal{P}$, **il faut déterminer et tracer les intersections de ce plan avec toutes les faces du solide.**

A chaque étape, on doit se poser les questions suivantes dans cet ordre :

- **Connait-on deux points de $\mathcal{P}$ sur une même face du solide ?**

Dans ce cas, on les relie et on prolonge le segment jusqu'aux arêtes de la face concernée.

On obtient deux nouveaux points et on revient à la première question.

- **Si l'on connaît l'intersection de $\mathcal{P}$ avec une face du solide, connaît-on un point de $\mathcal{P}$ sur l'éventuelle face du solide parallèle à la première ?**

Dans ce cas, on utilise la troisième propriété, et on trace la parallèle à l'intersection connue passant par le point connu. On s'arrête aux arêtes de la face concernée.

On obtient deux nouveaux points et on revient à la première question.

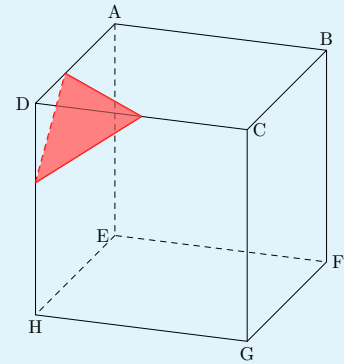
- **Si l'on n'est pas dans l'un des cas précédents**, on doit construire un point à l'extérieur du solide, qui est commun à $\mathcal{P}$ et à l'un des plans portés par l'une des faces du solide. Et cela devient très complexe à expliquer, donc mieux vaut avoir écouté en cours ...



Sections planes d'un cube

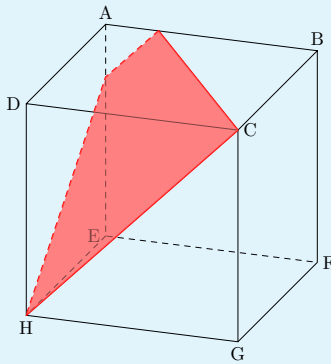
La section d'un cube par un plan $\mathcal{P}$ peut être de la nature suivante :

- Un **triangle** (éventuellement réduit à un point) : on ne se pose que la première question

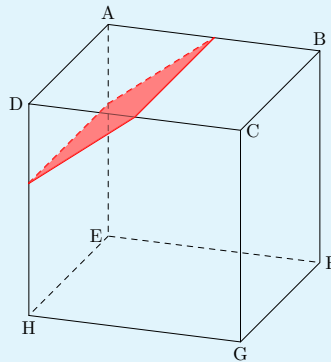


- Un **quadrilatère** : on ne se pose que les deux premières questions

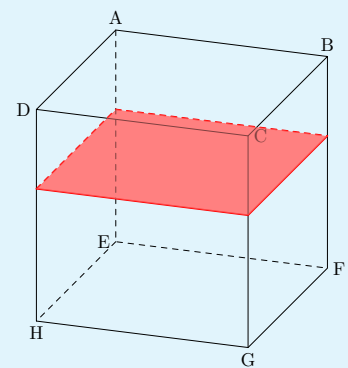
Un **trapèze**
dans tous les cas



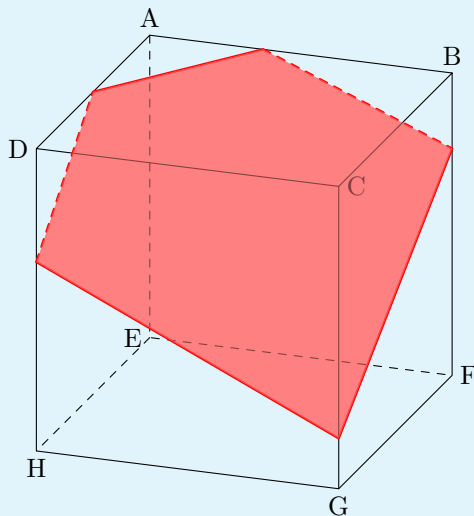
Parfois même un **Rectangle**
lorsque $\mathcal{P}$ est parallèle à l'une
des arêtes



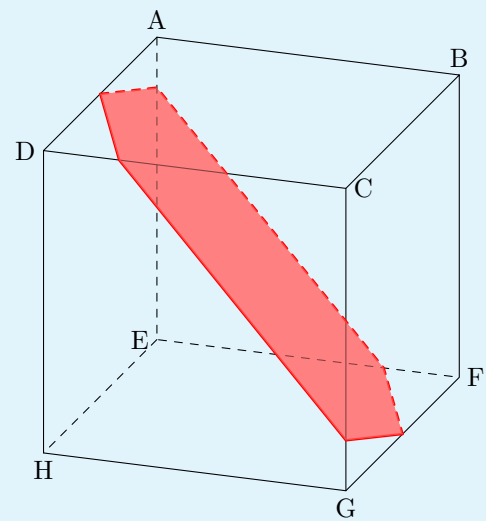
Parfois même un **Carré** lorsque
 $\mathcal{P}$ est parallèle à l'une des faces



- Un **pentagone** : on se pose les 3 questions



- Un **hexagone** : on se pose les 3 questions





Travail de l'élève 6 : On considère un parallélépipède $\mathcal{P}$ rectangle ABCDEFGH représenté ci-contre et I le milieu de [FG].

Des élèves doivent couper le solide $\mathcal{P}$ selon un plan de leur choix. Commenter chacune des affirmations suivantes :

- Norbert dit : « Je coupe $\mathcal{P}$ selon le plan qui passe par F. »
- Simone dit : « Je coupe $\mathcal{P}$ selon le plan qui passe par F et G »
- Loïc dit : « Je coupe $\mathcal{P}$ selon le plan qui passe par F, G et I »
- Fabrice dit : « Je coupe $\mathcal{P}$ selon le plan qui passe par F, G et A »
- Cécile dit : « Je coupe $\mathcal{P}$ selon le plan qui passe par F, G, A et D »
- Myriam dit : « Je coupe $\mathcal{P}$ selon le plan qui passe par F, G, A et E »

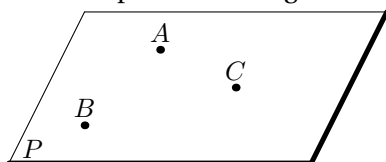


Conclusion

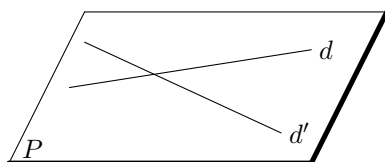
- Par deux points A et B **distincts** de l'espace il passe une et une seule droite. Cette droite peut-être notée (AB).
- Par trois points A, B et C **non alignés** de l'espace passe un et un seul plan. Ce plan peut-être noté (ABC). Ainsi, deux ou trois points de l'espace sont donc toujours **coplanaires** (il existe toujours au moins un plan contenant ces deux ou trois points).
- Si A et B sont deux points d'un plan P, tous les points de la droite (AB) appartiennent au plan P.

Remarque : Il en résulte qu'un plan peut être déterminé par l'une des conditions suivantes :

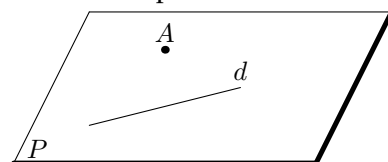
trois points non alignés



deux droites sécantes



une droite et un point extérieur à celle-ci

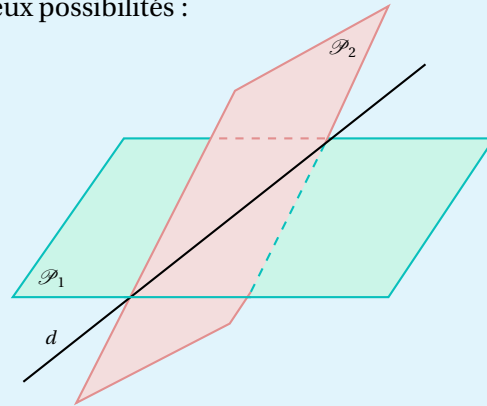


De deux plans

Soient $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ deux plans de l'espace. Il n'existe que deux possibilités :

1. Les plans sont sécants.

Leur intersection est une droite.

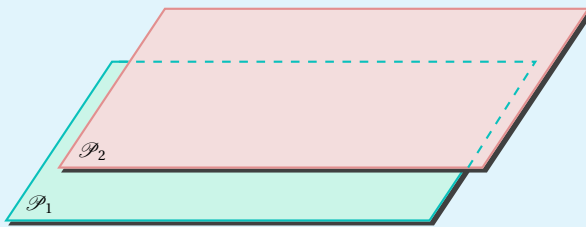


2. Les plans sont parallèles (même direction).

Il y a alors deux sous-cas :

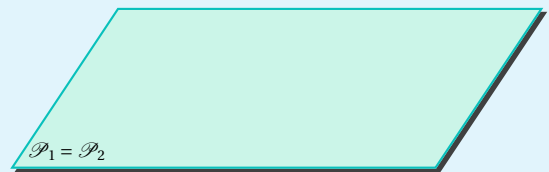
a. Strictement parallèles

Ils n'ont aucun point commun.



b. Confondus

Ils ont une infinité de points communs.

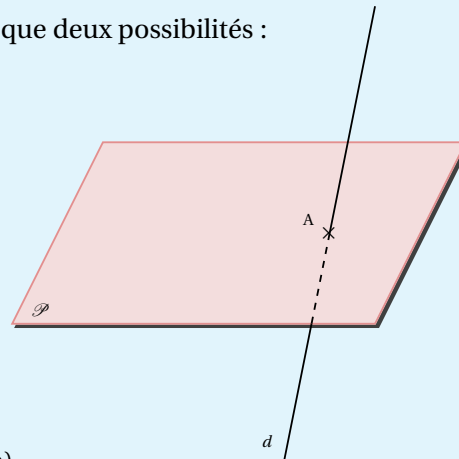


Une droite et un plan

Soient d est une droite et P un plan de l'espace. Il n'existe que deux possibilités :

1. La droite et le plan sont sécants.

Ils ont un unique point commun.



2. La droite et le plan sont parallèles (même direction).

Il y a alors deux sous-cas :

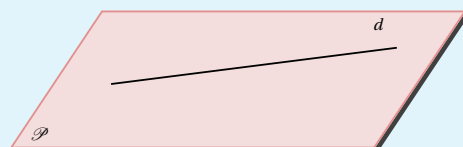
a. La droite est strictement parallèle au plan.

Ils n'ont aucun point commun.



b. La droite est incluse dans le plan.

Ils ont une infinité de points communs.





Deux droites

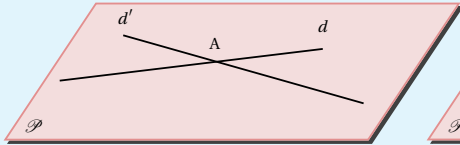
Soient d et d' deux droites de l'espace. Il n'existe que deux possibilités :

1. Les droites sont coplanaires (il existe un plan contenant ces deux droites)

On retrouve alors les positions relatives des droites dans un plan : il y a trois sous-cas.

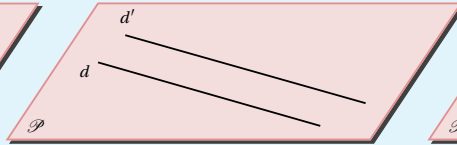
a. Sécantes.

Elles ont un unique point commun.



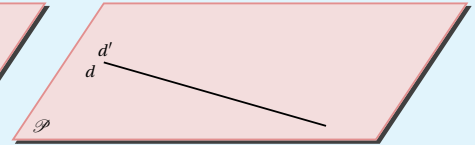
b. Parallèles strictement

Elles n'ont pas de point commun.



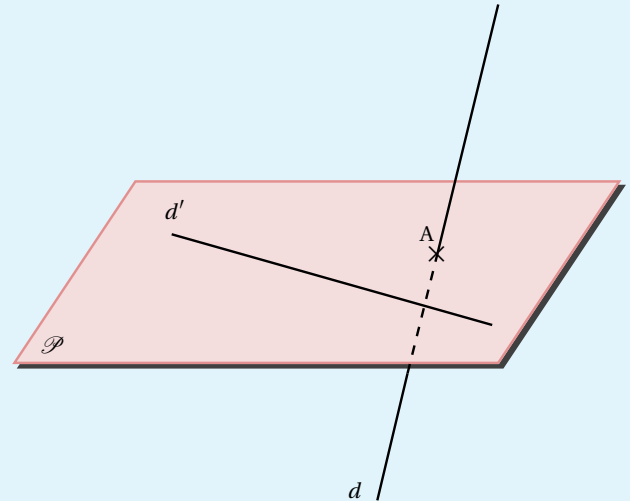
c. Parallèles confondues.

Elles ont une infinité de points communs.



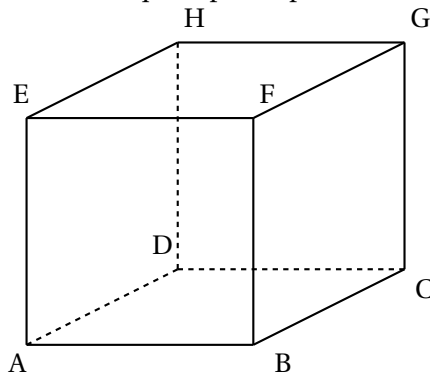
2. Les droites sont non coplanaires (il n'existe aucun plan contenant ces deux droites)

Elles n'ont aucun point commun.



Exemple :

Illustrer chaque réponse précédente sur le cube ABCDEFGH.





Exercice du Cours : On considère le cube de l'exemple précédent.

1. Citer des droites passant par E et parallèles au plan (BCG).

2. Etudier la position relative des droites :

— (BC) et (BH)

— (EG) et (BC)

— (EG) et (AC)

3. Quelle est l'intersection éventuelle des plans :

— (ABF) et (BCG)

— (AEG) et (ADH)

— (EFG) et (ACD)

— (CDH) et (EFG)

— (BDH) et (CGH)

— (AEC) et (AEG)

4. Placer I le milieu de [AB] et K le milieu de [CD].

Quelle est, dans chacun des cas suivants, l'intersection des deux plans ?

— (AIE) et (BIG)

— (ADI) et (BKC)

— (HEF) et (BKC)



Exercice du Cours : Soient ABCD un tétraèdre et I, J, K, M et N les milieux respectifs de [AB], [AC], [AD], [BD] et [CD].

1. Déterminer l'intersection des plans (ABC) et (IJK).

2. Déterminer les droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ d'intersection des plans (ACM) et (BCD) puis (ACM) et (IJK).

3. Démontrer que les droites (IJ) et (MN) sont parallèles.

4. Démontrer que les droites $\mathcal{D}_1 // \mathcal{D}_2$.

5. Démontrer que la droite (IJ) est parallèle au plan (BCD).

6. Démontrer que les plans (IJK) et (BCD) sont parallèles.

