Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

Correction de l'interrogation n°17

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et des justifications.

Exercice 1. (5 points)

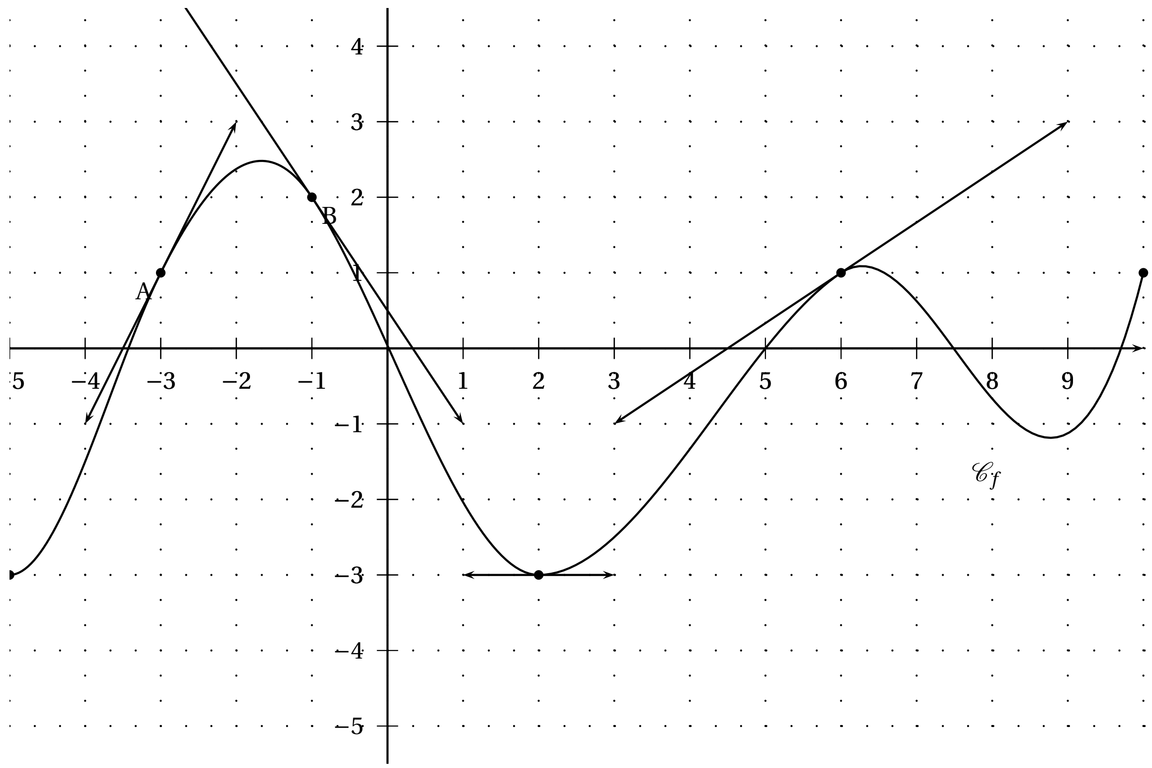
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2x^2 - 7x + 1$$

1. Déterminer les nombres dérivés de f au point d'abscisse $a = 3$, puis au point d'abscisse $a = -1$.
   On calcule pour $h \neq 0$ et pour tout $a \in \mathbb{R}$ le taux de variation de f entre a et $a+h$:
   $$\tau = \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \frac{2(a+h)^2 - 7(a+h) + 1 - (2a^2 - 7a + 1)}{h} = \frac{2(a^2 + 2ah + h^2) - 7a - 7h + 1 - 2a^2 + 7a - 1}{h}$$
   On simplifie cette expression et on obtient :
   $$\tau = \frac{2a^2 + 4ah + 2h^2 - 7a - 7h + 1 - 2a^2 + 7a - 1}{h} = \frac{4ah + 2h^2 - 7h}{h} = 4a + 2h - 7$$
   Et lorsque h tends vers 0 on obtient :
   $$f'(a) = \lim_{h\to 0} 4a + 2h - 7 = 4a - 7$$
   On applique cette formule pour $a = 3$ ce qui donne $f'(3) = 12 - 7 = 5$ puis pour $a = -1$ ce qui donne $f'(-1) = -4 - 7 = -11$
2. Déterminer les deux équations des tangentes T_3 et T_{-1} à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $a = 3$ puis $a = -1$. On calcule $f(3) = 2 \times 9 - 21 + 1 = 18 - 21 + 1 = -2$ et $f(-1) = 2 + 7 + 1 = 10$.
   On sait que l'équation de la tangente au point d'abscisse a est de la forme :
   $$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$
   Ce qui donne pour $a = 3$:
   $$T_3 : y = f'(3)(x - 3) + f(3) = 5(x - 3) - 2 = 5x - 17$$
   et pour $a = -1$:
   $$T_{-1} : y = f'(-1)(x + 1) + f(-1) = -11(x + 1) + 10 = -11x - 11 + 1 = -11x - 10$$

Exercice 2. (5 points)

La représentation graphique $\mathscr{C}$ d'une fonction f est donnée ci-dessous. En chacun des points indiqués, $\mathscr{C}$ admet une tangente qui est tracée.



1. Rappeler l'interprétation graphique du nombre $f'(-3)$.
   $f'(-3)$ est le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -3. Il mesure donc la pente de la courbe au point d'abscisse -3.
2. Lire, en se servant du quadrillage, les nombres dérivés suivants :

$$f'(-3) = 2 \qquad f'(-1) = -1,5 \qquad f'(2) = 0 \qquad f'(6) = \frac{2}{3}$$

3. Donner graphiquement l'équation de la tangente T_A à $\mathscr{C}$, en $A(-3;1)$. T_A admet une équation de la forme $y = ax+b$, son coefficient directeur est $a = f'(-3) = 2$ et on devine son ordonnée à l'origine $b = 7$ d'où :

$$T_A : y = 2x + 7$$

4. Trouver par le calcul l'équation de la tangente T_B à $\mathscr{C}$, en $B(-1;2)$. *On pécisera la formule à utiliser.*
   De la forme du cours et du graphique on tire :

$$T_B : y = f'(-1)(x+1) + f(-1) = -1,5(x+1) + 2 = -1,5x - 1,5 + 2 = -1,5x + 0,5$$

Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

Correction de l'interrogation n°17

On prendra soin de coller le sujet sur la copie. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et des justifications.

Exercice 1. (5 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 4x^2 - 2x + 10$$

1. Déterminer les nombres dérivés de f au point d'abscisse $a = 3$, puis au point d'abscisse $a = -1$.

   On calcule pour $h \neq 0$ et pour tout $a \in \mathbb{R}$ le taux de variation de f entre a et $a + h$:

   $$\tau = \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \frac{4(a+h)^2 - 2(a+h) + 10 - (4a^2 - 2a + 10)}{h} = \frac{4(a^2 + 2ah + h^2) - 2a - 2h + 10 - 4a^2 + 2a - 10}{h}$$

   On simplifie cette expression et on obtient :

   $$\tau = \frac{4a^2 + 8ah + 4h^2 - 2a - 2h + 10 - 4a^2 + 2a - 10}{h} = \frac{8ah + 4h^2 - 2h}{h} = 8a + 4h - 2$$

   Et lorsque h tends vers 0 on obtient :

   $$f'(a) = \lim_{h \to 0} 8a + 4h - 2 = 8a - 2$$

   On applique cette formule pour $a = 3$ ce qui donne $f'(3) = 24 - 2 = 22$ puis pour $a = -1$ ce qui donne $f'(-1) = -8 - 2 = -10$

2. Déterminer les deux équations des tangentes T_3 et T_{-1} à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $a = 3$ puis $a = -1$.

   On calcule $f(3) = 4 \times 9 - 6 + 10 = 36 + 4 = 40$ et $f(-1) = 4 + 2 + 10 = 16$.

   On sait que l'équation de la tangente au point d'abscisse a est de la forme :

   $$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

   Ce qui donne pour $a = 3$:

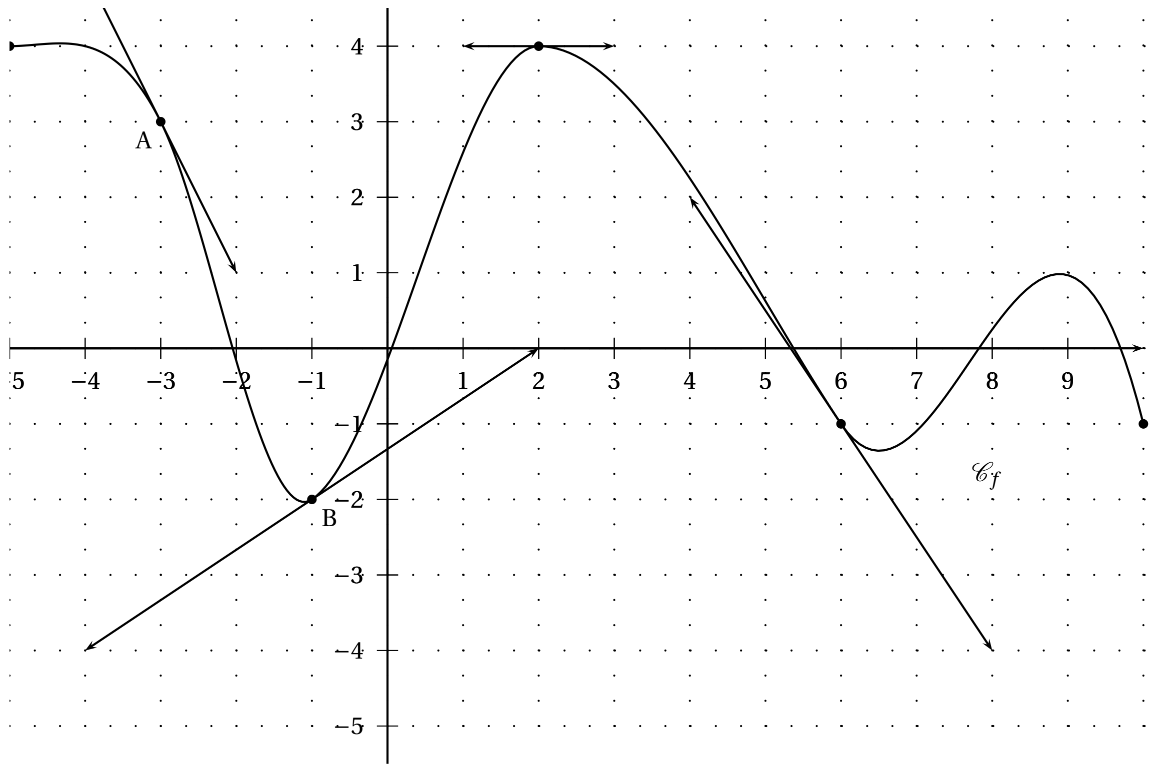
   $$T_3 : y = f'(3)(x - 3) + f(3) = 22(x - 3) + 40 = 22x - 66 + 40 = 22x - 26$$

   et pour $a = -1$:

   $$T_{-1} : y = f'(-1)(x + 1) + f(-1) = -10(x + 1) + 16 = -10x - 10 + 16 = -10x + 6$$

Exercice 2. (5 points)

La représentation graphique $\mathscr{C}$ d'une fonction f est donnée ci-dessous. En chacun des points indiqués, $\mathscr{C}$ admet une tangente qui est tracée.



1. Rappeler l'interprétation graphique du nombre $f'(-3)$.
   $f'(-3)$ est le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -3. Il mesure donc la pente de la courbe au point d'abscisse -3.
2. Lire, en se servant du quadrillage, les nombres dérivés suivants :

$$f'(-3) = -2 \qquad f'(-1) = \frac{2}{3} \qquad f'(2) = 0 \qquad f'(6) = -\frac{3}{2}$$

3. Donner graphiquement l'équation de la tangente T_A à $\mathscr{C}$, en $A(-3;3)$.
   T_A admet une équation de la forme $y = ax + b$, son coefficient directeur est $a = f'(-3) = -2$ et on devine son ordonnée à l'origine $b = -3$ d'où :

$$T_A : y = -2x - 3$$

4. Trouver par le calcul l'équation de la tangente T_B à $\mathscr{C}$, en $B(-1;-2)$. *On pécisera la formule à utiliser.*
   De la forme du cours et du graphique on tire :

$$T_B : y = f'(-1)(x+1) + f(-1) = \frac{2}{3}(x+1) - 2 = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3} - 2 = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$$