

## AIDE MÉMOIRE SUR LES SUITES ARITHMÉTIQUES ET SUITES GÉOMÉTRIQUES

**Définition 1.**

Une suite  $u$  de premier terme  $u_0$  et de raison  $r$  est **arithmétique** lorsque  $\forall n \in \mathbb{N}$ , on a

$$u_{n+1} = u_n + r$$

**Définition 2.**

Une suite  $u$  de premier terme  $u_0$  et de raison  $q$  est **géométrique** lorsque  $\forall n \in \mathbb{N}$ , on a

$$u_{n+1} = u_n \times q$$

On considère désormais une suite arithmétique  $(u_n)$  de raison  $r$ .

**Propriété 1.**

Pour tout  $n, p \in \mathbb{N}$ , on a

- Relation entre  $u_n$  et  $u_p$  :

$$u_n = u_p + (n - p)r$$

- En particulier :

$$u_n = u_0 + nr$$

On considère désormais une suite géométrique  $(u_n)$  de raison  $q$ .

**Propriété 2.**

Pour tout  $n, p \in \mathbb{N}$ , on a

- Relation entre  $u_n$  et  $u_p$  :

$$u_n = u_p \times q^{n-p}$$

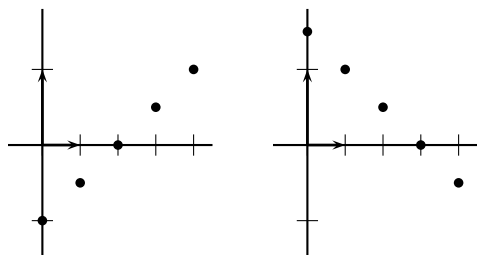
- En particulier :

$$u_n = u_0 \times q^n$$

**Représentation graphique dans le plan :**  
Ce sont les points d'abscisse entière positive de la droite de coefficient directeur  $r$  et passant par le point de coordonnées  $(n_0; u_{n_0})$

**Exemple :**

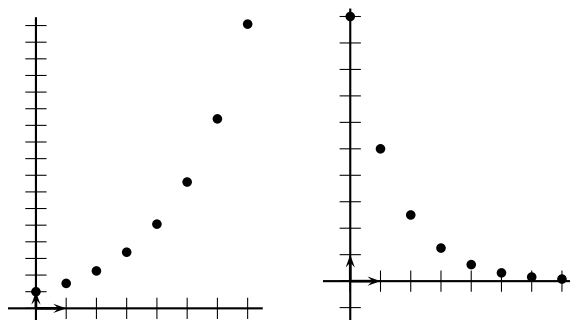
$u_0 = -1$  et  $r = 0.5$ ,       $v_0 = 1$  et  $r = -0.5$



**Représentation graphique dans le plan :**  
Si  $q > 0$ , ce sont les points d'abscisse entière positive d'une courbe exponentielle.

**Exemple :**

$u_0 = 1$  et  $r = 1.5$ ,       $v_0 = 5$  et  $r = 0.5$



**Théorème 1.**

- Si  $r > 0$  alors  $u$  est strictement croissante  
et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$
- Si  $r = 0$  alors  $u$  est constante ;
- Si  $r < 0$  alors  $u$  est strictement décroissante  
et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$

**Théorème 2.**

- Soit  $u$  une suite définie par :  $u_n = q^n$  alors :
- Si  $q = 0$  ou  $q = 1$  alors  $u$  est constante égale à 0 (définie sur  $\mathbb{N}^*$ ) ou à 1
  - Si  $q > 1$  alors  $u$  est croissante et

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$$

- Si  $0 < q < 1$  alors  $u$  est décroissante et

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$$

- Si  $-1 < q < 0$  alors  $u$  n'est pas monotone et

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$$

- Si  $q < -1$  alors  $u$  n'est pas monotone et diverge.

**Théorème 3.**

La somme  $S$  de  $n$  termes consécutifs d'une suite arithmétique de premier terme  $p$  et de dernier terme  $d$  est :

$$S = n \times \frac{p+d}{2}$$

 **Exemple :**

$$u_{10} + u_{11} + \dots + u_{20} = 11 \times \frac{u_{10} + u_{20}}{2} = 2200$$

**Théorème 4.**

La somme  $S$  de  $n$  termes consécutifs d'une suite géométrique de raison  $q \neq 1$  et de premier terme  $p$  est :

$$S = p \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

 **Exemple :**

$$v_1 + v_2 + \dots + v_{20} = v_1 \times \frac{1 - 1,03^{20}}{1 - 1,03} = 2767,65$$