


## EXERCICES : VARIABLES ALÉATOIRES

 **Exercice 1** : Considérons un dé truqué où tous les nombres ont les mêmes chances d'apparitions sauf 1 et 2 qui apparaissent deux fois plus. On notera  $a$  la probabilité d'apparition de la face 6.


1. Etablir la loi de probabilité de cette expérience sous forme d'un tableau.
2. Calculer la probabilité de l'événement  $A = \ll \text{obtenir un résultat inférieur ou égal à 4} \gg$ .
3. Calculer la probabilité de l'événement  $B = \ll \text{obtenir un nombre premier} \gg$ .

 **Exercice 2** : On dispose de deux urnes. Dans la première notée  $U_1$ , il y a 5 boules Rouges et 3 boules Noires. Dans la seconde notée  $U_2$ , il y a 4 Rouges et 6 Noires.

On tire au hasard une boule dans  $U_1$ . Si elle est Rouge, sans la remettre, on en pioche une deuxième dans la même urne. Si elle est Noire, on pioche une deuxième boule dans  $U_2$ .

1. Modéliser l'expérience à l'aide d'un arbre.
2. Ecrire sous forme d'ensemble les événements suivants, puis déterminer leur probabilité :  
 $A$  : « Obtenir deux boules Noires »                       $C$  : « Obtenir deux boules de la même urne »  
 $B$  : « Obtenir deux boules de même couleur »
3. Définir en français les événements suivants, puis déterminer leur probabilité :


- |               |               |               |               |              |
|---------------|---------------|---------------|---------------|--------------|
| a. $A \cap C$ | c. $\bar{A}$  | e. $A \cup B$ | g. $B \cap C$ | i. $\bar{C}$ |
| b. $A \cup C$ | d. $A \cap B$ | f. $\bar{B}$  | h. $B \cup C$ |              |

 **Exercice 3** : Dans un club, plusieurs activités sont proposées dont le tir à l'arc et le golf. La cotisation de base pour adhérer au club est de 30€ auxquels s'ajoutent éventuellement :

- 50€ pour pratiquer le tir à l'arc
- 80€ pour pratiquer le golf.

Parmi les 50 adhérents, 30 pratiquent le tir à l'arc, 18 le golf et 6 les deux sports. On choisit un adhérent au hasard et on désigne par  $X$  la variable aléatoire qui associe à chaque adhérent sa cotisation.

1. Quelles sont les différentes valeurs prises par  $X$  et dans quels cas ?
2. Donner la loi de probabilité de  $X$ .
3. En déduire la probabilité qu'un adhérent pratique au moins l'un des deux sports.

 **Exercice 4** : On lance  $n$  dés ( $n \geq 1$ ).  
Le jeu consiste à miser 2€, puis si on obtient au moins un 6, on remporte 3€.

1. On note  $A$  l'événement « obtenir au moins un 6 »
  - a. Décrire  $\bar{A}$  en français puis exprimer en fonction de  $n$  la probabilité  $P(\bar{A})$ .
  - b. En déduire que  $P(A)$  en fonction de  $n$ .
  - c. Compléter le tableau suivant :

Nombres de dés $n$	1	2	3	4	5	6	7	8
$P(A)$								

- d. Combien de dés faut-il pour que la probabilité d'obtenir au moins un six soit supérieure à  $\frac{2}{3}$  ?
2. On désigne par  $X$  la variable aléatoire correspondant au gain du joueur.
  - a. Donner la loi de probabilité de  $X$  en fonction de  $n$ .
  - b. Calculer  $E(X)$  en fonction de  $n$ .  
Combien de dés faut-il pour que le jeu soit favorable au joueur ? Est-on surpris ?
  - c. Calculer  $V(X)$  puis  $\sigma(X)$  dans ce cas. Interpréter.