

EXERCICES : VARIABLES ALÉATOIRES

 **Exercice 1** : Considérons un dé truqué où tous les nombres ont les mêmes chances d'apparitions sauf 1 et 2 qui apparaissent deux fois plus. On notera a la probabilité d'apparition de la face 6.

1. Etablir la loi de probabilité de cette expérience sous forme d'un tableau.
2. Calculer la probabilité de l'événement $A = \ll \text{obtenir un résultat inférieur ou égal à 4} \gg$.
3. Calculer la probabilité de l'événement $B = \ll \text{obtenir un nombre premier} \gg$.

 **Exercice 2** : On dispose de deux urnes. Dans la première notée U_1 , il y a 5 boules Rouges et 3 boules Noires. Dans la seconde notée U_2 , il y a 4 Rouges et 6 Noires. On tire au hasard une boule dans U_1 . Si elle est Rouge, sans la remettre, on en pioche une deuxième dans la même urne. Si elle est Noire, on pioche une deuxième boule dans U_2 .

1. Modéliser l'expérience à l'aide d'un arbre.
2. Ecrire sous forme d'ensemble les événements suivants, puis déterminer leur probabilité :
 A : « Obtenir deux boules Noires » C : « Obtenir deux boules de la même urne »
 B : « Obtenir deux boules de même couleur »
3. Définir en français les événements suivants, puis déterminer leur probabilité :

- | | | | | |
|---------------|---------------|---------------|---------------|--------------|
| a. $A \cap C$ | c. \bar{A} | e. $A \cup B$ | g. $B \cap C$ | i. \bar{C} |
| b. $A \cup C$ | d. $A \cap B$ | f. \bar{B} | h. $B \cup C$ | |

 **Exercice 3** : Dans un club, plusieurs activités sont proposées dont le tir à l'arc et le golf. La cotisation de base pour adhérer au club est de 30€ auxquels s'ajoutent éventuellement :

- 50€ pour pratiquer le tir à l'arc
- 80€ pour pratiquer le golf.

Parmi les 50 adhérents, 30 pratiquent le tir à l'arc, 18 le golf et 6 les deux sports. On choisit un adhérent au hasard et on désigne par X la variable aléatoire qui associe à chaque adhérent sa cotisation.

1. Quelles sont les différentes valeurs prises par X et dans quels cas ?
2. Donner la loi de probabilité de X .
3. En déduire la probabilité qu'un adhérent pratique au moins l'un des deux sports.

 **Exercice 4** : On lance n dés ($n \geq 1$). Le jeu consiste à miser 2€, puis si on obtient au moins un 6, on remporte 3€.

1. On note A l'événement « obtenir au moins un 6 »
 - a. Décrire \bar{A} en français puis exprimer en fonction de n la probabilité $P(\bar{A})$.
 - b. En déduire que $P(A)$ en fonction de n .
 - c. Compléter le tableau suivant :

Nombres de dés n	1	2	3	4	5	6	7	8
$P(A)$								

- d. Combien de dés faut-il pour que la probabilité d'obtenir au moins un six soit supérieure à $\frac{2}{3}$?
2. On désigne par X la variable aléatoire correspondant au gain du joueur.
 - a. Donner la loi de probabilité de X en fonction de n .
 - b. Calculer $E(X)$ en fonction de n .
Combien de dés faut-il pour que le jeu soit favorable au joueur ? Est-on surpris ?
 - c. Calculer $V(X)$ puis $\sigma(X)$ dans ce cas. Interpréter.