

## DEVOIR SURVEILLÉ 1 : VARIABLES ALÉATOIRES



### Exercice 1 :

(10 points)

Dans la ville des chats, le chat Croquette participe à des matchs de « lancers de souris ».

Un match consiste à lancer deux fois une souris en l'air et à tenter de la rattraper. Croquette estime que sa probabilité de rattraper une souris est toujours égale à 0.7

1. Croquette gagne 5€ à chaque fois qu'il rattrape une souris et perd 10€ à chaque fois que la souris retombe au sol.

On appelle  $X$  la variable aléatoire qui compte le gain de Croquette lors d'un match (donc lors de deux lancers).

- a. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
- b. Donner la loi de probabilité de  $X$ .
- c. Calculer  $E(X)$ . Interpréter.
- d. Calculer  $V(X)$ .
- e. Calculer  $\sigma(X)$ . Interpréter.
- f. Croquette a joué 433 matchs cette année. Estimer son gain.

2. En Egypte, les chats jouent au même jeu que Croquette, mais cette fois-ci, le taux de la Livre Egyptienne (LE) est de 8 LE pour 1€.

De plus, un chat doit payer 10 LE pour jouer et cette mise de départ ne lui est remboursée dans aucun cas.

On appelle  $Y$  la variable aléatoire qui compte le gain d'un chat en LE lors d'un match.

- a. Exprimer la variable aléatoire  $Y$  en fonction de la variable aléatoire  $X$  du 1).
- b. En déduire l'espérance, la variance et l'écart-type de  $Y$ .



### Exercice 2 :

(4 points)

Anouk et Wanda participent à deux jeux différents. Les variables aléatoires  $A$  et  $W$  donnant leurs gains respectifs ont les lois de probabilités suivantes :

$k$	-2	-1	0	1	2	3
$P(A = k)$	0.1	0.3	0.1	0.3	0.1	0.1
$P(W = k)$	0.3	0.1	0.1	0.2	0.1	0.2

**A l'aide de la calculatrice** (inutile d'écrire les formules sur votre copie) :

1. Donner et comparer  $E(A)$  et  $E(W)$ . Interpréter.
2. Donner et comparer  $\sigma(A)$  et  $\sigma(W)$ . Interpréter.

 **Exercice 3 :**

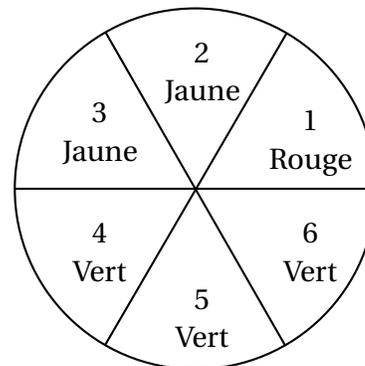
(6 points)

Une roue d'une loterie est divisée en six secteurs de même aire : 1 Rouge (R), 2 jaunes (J) et 3 verts (V).

On fait tourner la roue, et lorsqu'elle s'arrête, un repère fléchée indique l'un des six secteurs de manière équiprobable.

Un joueur perd 2€ si la flèche indique un secteur Vert, gagne 0.50€ si la flèche indique un secteur Jaune et  $x$  euros si la flèche indique un secteur Rouge.

On appelle  $G$  la variable aléatoire qui donne le gain du joueur.



1.
  - a. Donner la loi de probabilité de  $G$  en fonction de  $x$ .
  - b. Calculer  $E(G)$  en fonction de  $x$ .
  - c. Comment choisir  $x$  pour que le jeu soit équitable ?
2. On donne l'algorithme suivant :



### Algorithme 1 : Roulette

#### Variables

Secteur,  $i$ ,  $N$  sont des nombres entiers  
Effectif est une liste à trois éléments

#### Début

Saisir  $N$   
Effectif[1], Effectif[2] et Effectif[3] prennent la valeur 0.

#### Pour $i$ allant de 1 à $N$ Faire

Secteur prend la valeur d'un entier aléatoire entre 1 et 6

#### Si ( Secteur == 1 ) Alors

Effectif [1] prend la valeur Effectif[1]+1

#### Sinon

#### Si (Secteur == 2 OU Secteur == 3) Alors

Effectif [2] prend la valeur Effectif[2]+1

#### Sinon

Effectif [3] prend la valeur Effectif[3]+1

#### Fin Si

#### Fin Si

#### Fin Pour

Afficher « Vous avez obtenu Effectif[1] fois le secteur Rouge »

Afficher « Vous avez obtenu Effectif[2] fois le secteur Jaune. »

Afficher « Vous avez obtenu Effectif[3] fois le secteur Vert. »

#### Fin

- a. Que fait cet algorithme ?
- b. Préciser le rôle de chacune des variables.
- c. Que doit-on rajouter si l'on veut que l'algorithme renvoie aussi le gain moyen d'un joueur par partie ?