

DEVOIR SURVEILLÉ 1 : VARIABLES ALÉATOIRES



Exercice 1 :

(10 points)

Dans la ville des chats, le chat Croquette participe à des matchs de « lancers de souris ».

Un match consiste à lancer deux fois une souris en l'air et à tenter de la rattraper. Croquette estime que sa probabilité de rattraper une souris est toujours égale à 0.7

1. Croquette gagne 5€ à chaque fois qu'il rattrape une souris et perd 10€ à chaque fois que la souris retombe au sol.

On appelle X la variable aléatoire qui compte le gain de Croquette lors d'un match (donc lors de deux lancers).

- a. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
- b. Donner la loi de probabilité de X .
- c. Calculer $E(X)$. Interpréter.
- d. Calculer $V(X)$.
- e. Calculer $\sigma(X)$. Interpréter.
- f. Croquette a joué 433 matchs cette année. Estimer son gain.

2. En Egypte, les chats jouent au même jeu que Croquette, mais cette fois-ci, le taux de la Livre Egyptienne (LE) est de 8 LE pour 1€.

De plus, un chat doit payer 10 LE pour jouer et cette mise de départ ne lui est remboursée dans aucun cas.

On appelle Y la variable aléatoire qui compte le gain d'un chat en LE lors d'un match.

- a. Exprimer la variable aléatoire Y en fonction de la variable aléatoire X du 1).
- b. En déduire l'espérance, la variance et l'écart-type de Y .



Exercice 2 :

(4 points)

Anouk et Wanda participent à deux jeux différents. Les variables aléatoires A et W donnant leurs gains respectifs ont les lois de probabilités suivantes :

k	-2	-1	0	1	2	3
$P(A = k)$	0.1	0.3	0.1	0.3	0.1	0.1
$P(W = k)$	0.3	0.1	0.1	0.2	0.1	0.2

A l'aide de la calculatrice (inutile d'écrire les formules sur votre copie) :

1. Donner et comparer $E(A)$ et $E(W)$. Interpréter.
2. Donner et comparer $\sigma(A)$ et $\sigma(W)$. Interpréter.

 **Exercice 3 :**

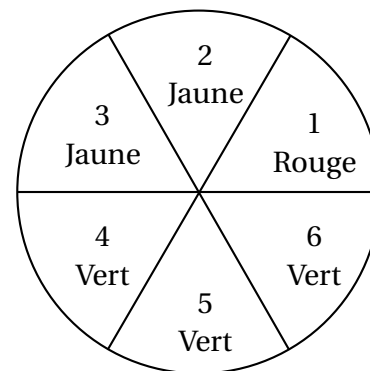
(6 points)

Une roue d'une loterie est divisée en six secteurs de même aire : 1 Rouge (R), 2 jaunes (J) et 3 verts (V).

On fait tourner la roue, et lorsqu'elle s'arrête, un repère fléchée indique l'un des six secteurs de manière équiprobable.

Un joueur perd 2€ si la flèche indique un secteur Vert, gagne 0.50€ si la flèche indique un secteur Jaune et x euros si la flèche indique un secteur Rouge.

On appelle G la variable aléatoire qui donne le gain du joueur.



1.
 - a. Donner la loi de probabilité de G en fonction de x .
 - b. Calculer $E(G)$ en fonction de x .
 - c. Comment choisir x pour que le jeu soit équitable ?
2. On donne l'algorithme suivant :



Algorithme 1 : Roulette

Variables

Secteur, i , N sont des nombres entiers
Effectif est une liste à trois éléments

Début

Saisir N
Effectif[1], Effectif[2] et Effectif[3] prennent la valeur 0.

Pour i allant de 1 à N Faire

Secteur prend la valeur d'un entier aléatoire entre 1 et 6

Si (Secteur == 1) Alors

Effectif [1] prend la valeur Effectif[1]+1

Sinon

Si (Secteur == 2 OU Secteur == 3) Alors

Effectif [2] prend la valeur Effectif[2]+1

Sinon

Effectif [3] prend la valeur Effectif[3]+1

Fin Si

Fin Si

Fin Pour

Afficher « Vous avez obtenu Effectif[1] fois le secteur Rouge »

Afficher « Vous avez obtenu Effectif[2] fois le secteur Jaune. »

Afficher « Vous avez obtenu Effectif[3] fois le secteur Vert. »

Fin

- a. Que fait cet algorithme ?
- b. Préciser le rôle de chacune des variables.
- c. Que doit-on rajouter si l'on veut que l'algorithme renvoie aussi le gain moyen d'un joueur par partie ?