# Devoir Maison 3 : Symétrie de courbes

## Exercice 1 : Une fonction paire

On considère la fonction $f$ définie par :

$$f(x) = \sqrt{|x|}$$

1. Justifier que le domaine de définition $D_f$ de la fonction $f$ est $\mathbb{R}$.
2. Dresser le tableau de variation de $f$ sur $\mathbb{R}$.
3. Tracer la représentation graphique de $f$, notée $\mathscr{C}_f$, dans un repère orthonormé.
4. On considère un point quelconque M de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse $x$ positive.
   - **a.** Quelle est l'ordonnée du point M ?
   - **b.** Démontrer que le point M′ de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse $-x$ a la même ordonnée que M.
     *On peut faire le même raisonnement pour $x \leq 0$.*
     *En fait, pour tout $x \in D_f$, on a $f(-x) = f(x)$. On dit que la fonction $f$ est une fonction **paire**.*
   - **c.** Quelle propriété géométrique peut-on en déduire pour la courbe $\mathscr{C}_f$ ?
     *Cette propriété est vérifiée pour toutes les courbes représentatives de fonctions paires.*
5. **D'autres fonctions paires** :
   - **a.** Donner, sans justifier, une fonction de référence étudiée en seconde qui est une fonction paire.
   - **b.** Quelle fonction de référence étudiée cette année est une fonction paire ? Pourquoi ?
   - **c.** Quelle fonction trigonométrique est une fonction paire ? Pourquoi ?

## Exercice 2 : Une fonction impaire

On considère la fonction $g$ définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} g(x) = \sqrt{x} & \text{si} \quad x \geq 0 \\ g(x) = -\sqrt{|x|} & \text{si} \quad x < 0 \end{cases}$$

1. Dresser le tableau de variations de $g$ sur $\mathbb{R}$ .
   *On pourra utiliser les variations de la fonction de l'exercice précédent, sans les redémontrer.*
2. Tracer la représentation graphique de $g$, notée $\mathscr{C}_g$, dans un repère orthonormé.
3. On considère un point M quelconque de $\mathscr{C}_g$ d'abscisse $x$ positive.
   - **a.** Quelle est l'ordonnée du point M ?
   - **b.** Quelles sont les coordonnées du point M′ de $\mathscr{C}_g$ d'abscisse $-x$ ?
     *On peut faire le même raisonnement pour $x \leq 0$.*
     *En fait, pour tout $x \in D_f$, on a $f(-x) = -f(x)$. On dit que la fonction $f$ est une fonction **impaire**.*
   - **c.** Quel est le milieu du segment [MM′] ?
   - **d.** Qu'en déduire pour la courbe $\mathscr{C}_f$ ?
     *Cette propriété est vérifiée pour toutes les courbes représentatives de fonctions impaires.*
4. **D'autres fonctions impaires** :
   - **a.** Donner, sans justifier, une fonction de référence étudiée en seconde qui est une fonction impaire.
   - **b.** Donner une fonction de référence étudiée cette année qui n'est ni paire, ni impaire.
   - **c.** Quelle fonction trigonométrique est une fonction impaire ? Pourquoi ?