

**DEVOIR SURVEILLÉ 1 :
POLYNÔMES DU SECOND DEGRÉ****Exercice 1 : 4 points**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $x^2 - 3 = 0$

c) $-2x^2 + 10x - \frac{25}{2} = 0$

b) $3x^2 - x + 2 = 0$

d) $5x^4 + 6x^2 + 1 = 0$ (Poser $X = x^2$)

**Exercice 2 : 2 points**

On cherche deux nombres entiers x et y dont la somme est égale à 57 et le produit à 540.

1. Ecrire un système correspondant aux données du problème.
2. En déduire une équation du second degré que doivent vérifier les nombres x et y pour répondre au problème posé (on ne demande pas de la résoudre).

**Exercice 3 : 10 points**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 6x - 3$.

On note $\mathcal{P}$ sa représentation graphique dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1.
 - a. Donner la forme canonique de f .
 - b. Calculer l'image de 0 par f .
 - c. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$ (Simplifier les solutions obtenues en **détaillant** les calculs).
 - d. Dresser le tableau de signes de f .
 - e. Résoudre l'inéquation $x^2 + 6x - 3 > 2x - 3$.
2. Déduire des questions précédentes :
 - a. les coordonnées des éventuels points d'intersection de $\mathcal{P}$ avec l'axe des abscisses
 - b. les coordonnées des éventuels points d'intersection de $\mathcal{P}$ avec l'axe des ordonnées.
 - c. les coordonnées du sommet de $\mathcal{P}$ (Préciser s'il s'agit d'un maximum ou d'un minimum).
 - d. Pour quelle(s) valeur(s) de x la courbe $\mathcal{P}$ est située au-dessus de l'axe des abscisses.
 - e. Pour quelle(s) valeur(s) de x la courbe $\mathcal{P}$ est située au-dessus de la droite d'équation $y = 2x - 3$

**Exercice 4 : 5 points**

Soit f la fonction trinôme définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ (avec $a \neq 0$) et Δ son discriminant.

On suppose $\Delta \geq 0$. On appelle x_1 et x_2 les deux racines de f (éventuellement confondues).

1. Montrer que $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$.
2. On donne $f(x) = 3x^2 - 14x + 8$ et $x_1 = 4$.
Utiliser la question précédente pour calculer la racine x_2 de f sans calculer son discriminant.
3. Soit $f(x) = (m - 2)x^2 + 5x + 7 - m$.
 - a. Vérifier que $x_1 = -1$ est une racine de $f(x)$ pour tout m .
 - b. Déterminer l'autre racine en fonction de m , sans calculer le discriminant de f .
 - c. En déduire la forme factorisée de f lorsque $m = 3$.