

## DEVOIR SURVEILLÉ 1 : CORRECTION

### Exercice 1 : 4 points

On applique simplement les formules :

a)  $x^2 - 3 = 0$       $\mathcal{S} = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$

b)  $3x^2 - x + 2 = 0$       $\Delta = -23$       $\mathcal{S} = \emptyset$

c)  $-2x^2 + 10x - \frac{25}{2} = 0$       $\Delta = 0$       $\mathcal{S} = \left\{\frac{5}{2}\right\}$

d)  $5x^4 + 6x^2 + 1 = 0$

On pose  $X = x^2$  et on doit résoudre  $5X^2 + 6X + 1 = 0$ .

On calcule :  $\Delta = 16$ . Donc  $X_1 = -1$  et  $X_2 = -\frac{1}{5}$  sont les racines de l'équation d'inconnue  $X$ .

Mais  $X = x^2$  et il n'existe pas dans  $\mathbb{R}$  de  $x$  tel que  $x^2 < 0$ .

Donc il n'existe pas de solution à l'équation d'inconnue  $x$ , ie  $\mathcal{S} = \emptyset$ .

### Exercice 2 : 2 points

On cherche deux nombres entiers  $x$  et  $y$  dont la somme est égale à 57 et le produit à 540.

1. On sait que  $x$  et  $y$  vérifient le système :

$$(S) : \begin{cases} x + y = 57 \\ xy = 540 \end{cases}$$

2. On a alors :

$$(S) \iff \begin{cases} x = 57 - y \\ (57 - y)y = 540 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 57 - y \\ 57y - y^2 = 540 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 57 - y \\ y^2 - 57y + 540 = 0 \end{cases}$$

### Exercice 3 : 10 points

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2 + 6x - 3$ .

On note  $\mathcal{P}$  sa représentation graphique dans un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. a.  $f(x) = x^2 + 6x - 3 = (x + 3)^2 - 9 - 3 = (x + 3)^2 - 12$

b.  $f(0) = 0^2 + 6 \times 0 - 3 = -3$

c.  $\Delta = 48$ . Donc  $x_1 = \frac{-6 - \sqrt{48}}{2} = \frac{-6 - \sqrt{16 \times 3}}{2} = \frac{-6 - 4\sqrt{3}}{2} = -3 - 2\sqrt{3}$

Et  $x_2 = -3 + 2\sqrt{3}$ . D'où  $\mathcal{S} = \{-3 - 2\sqrt{3}; -3 + 2\sqrt{3}\}$

d.

|        |           |       |       |           |
|--------|-----------|-------|-------|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | $x_1$ | $x_2$ | $+\infty$ |
| $f(x)$ | +         | 0     | 0     | +         |

e.  $x^2 + 6x - 3 > 2x - 3 \iff x^2 + 4x > 0 \iff x(x + 4) > 0$ .

Les solutions de l'équation  $x(x + 4) = 0$  sont  $x_1 = 0$  et  $x_2 = -4$

|            |           |      |     |           |
|------------|-----------|------|-----|-----------|
| $x$        | $-\infty$ | $-4$ | $0$ | $+\infty$ |
| $x(x + 4)$ | +         | 0    | 0   | +         |

Donc  $\mathcal{S} = ]-\infty; -4[ \cup ]0; +\infty[$

2. Déduire des questions précédentes :

- Les points d'intersection de  $\mathcal{P}$  avec l'axe des abscisses sont  $A(-3 - 2\sqrt{3}; 0)$  et  $B(-3 + 2\sqrt{3}; 0)$ .
- Le point d'intersection de  $\mathcal{P}$  avec l'axe des ordonn es est  $C(0; -3)$ .
- On repère les coordonnées du sommet de la parabole sur la forme canonique.  
Le point  $S(-3; -12)$  est le minimum de  $\mathcal{P}$ .
- La courbe  $\mathcal{P}$  est situ e au-dessus de l'axe des abscisses pour  $x \in ]-\infty; -3 - 2\sqrt{3}[ \cup ]-3 + 2\sqrt{3}; +\infty[$ .
- La courbe  $\mathcal{P}$  est situ e au-dessus de la droite d'équation  $y = 2x - 3$  pour  $x \in ]-\infty; -4[ \cup ]0; +\infty[$ .



#### **Exercice 4 : 5 points**

Soit  $f$  la fonction trinôme définie par  $f(x) = ax^2 + bx + c$  (avec  $a \neq 0$ ) et  $\Delta$  son discriminant.

On suppose  $\Delta \geq 0$ . On appelle  $x_1$  et  $x_2$  les deux racines de  $f$  ( ventuellement confondues).

1. On a :

$$x_1 + x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b - \sqrt{\Delta} - b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}$$

2. On donne  $f(x) = 3x^2 - 14x + 8$  et  $x_1 = 4$ .

$$\text{On a : } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \iff x_2 = -\frac{b}{a} - x_1.$$

$$\text{Donc } x_2 = -\frac{-14}{3} - 4 = \frac{14}{3} - \frac{12}{3} = \frac{2}{3}.$$

L'autre racine de  $f(x)$  est  $\frac{2}{3}$ .

3. Soit  $f(x) = (m-2)x^2 + 5x + 7 - m$ .

$$\text{a. } f(-1) = (m-2)(-1)^2 + 5 \times (-1) + 7 - m = m - 2 - 5 + 7 - m = 0$$

Donc  $\forall m \in \mathbb{R}$ , on a  $x_1 = -1$  une racine de  $f(x)$ .

$$\text{b. Donc } x_2 = -\frac{5}{m-2} - (-1) = -\frac{5}{m-2} + 1 = \frac{m-7}{m-2}$$

c. On commence par chercher  $x_2$ .

$$\text{D'après la question précédente, on a : } x_2 = \frac{3-7}{3-2} = -4.$$

De plus, on sait que  $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) = (3-2)(x - (-1))(x - (-4))$ .

Donc la forme factoris e de  $f$  est

$$f(x) = (x+1)(x+4)$$