


DEVOIR SURVEILLÉ 4 **Exercice 1 :****PARTIE A.**

La température de refroidissement d'un objet fabriqué industriellement est une fonction f du temps t . f est définie sur l'ensemble des nombres réels positifs et vérifie l'équation différentielle :

$$f'(t) + \frac{1}{2}f(t) = 10.$$

La température est exprimée en degrés Celsius ($^{\circ}\text{C}$) et le temps t en heures.

1. Déterminer $f(t)$ pour $t \geq 0$, sachant que pour $t = 0$, la température de l'objet est 220°C .
2. On pourra admettre désormais que la fonction f est définie sur \mathbb{R}^+ par

$$f(t) = 200e^{-\frac{t}{2}} + 20.$$

On note \mathcal{C} sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthogonal ; les unités graphiques sont 2 cm pour une heure en abscisse et 1 cm pour vingt degrés Celsius en ordonnée.

- a. Etudier les variations de la fonction f sur \mathbb{R}^+ .
 - b. Etudier la limite de la fonction f en $+\infty$.
En déduire l'existence d'une asymptote \mathcal{D} à la courbe \mathcal{C} en $+\infty$.
 - c. Construire \mathcal{D} et \mathcal{C} sur l'intervalle $[0 ; 7]$.
3.
 - a. Utiliser le graphique pour déterminer une valeur approchée, en heures et minutes, du moment où la température de l'objet est 50°C . On laissera apparents les traits de construction.
 - b. Retrouver ce résultat par le calcul.

PARTIE B.

On considère la suite de terme général $d_n = f(n) - f(n+1)$ où $n \in \mathbb{N}$. d_n représente l'abaissement de température de l'objet entre l'heure n et l'heure $n+1$.

1.
 - a. Calculer des valeurs approchées au dixième de d_0 , d_1 et d_2 .
 - b. Quelle est la limite de d_n quand n tend vers $+\infty$?
2. Déterminer la plus petite valeur de l'entier n à partir de laquelle l'abaissement de température est inférieur à 5°C .