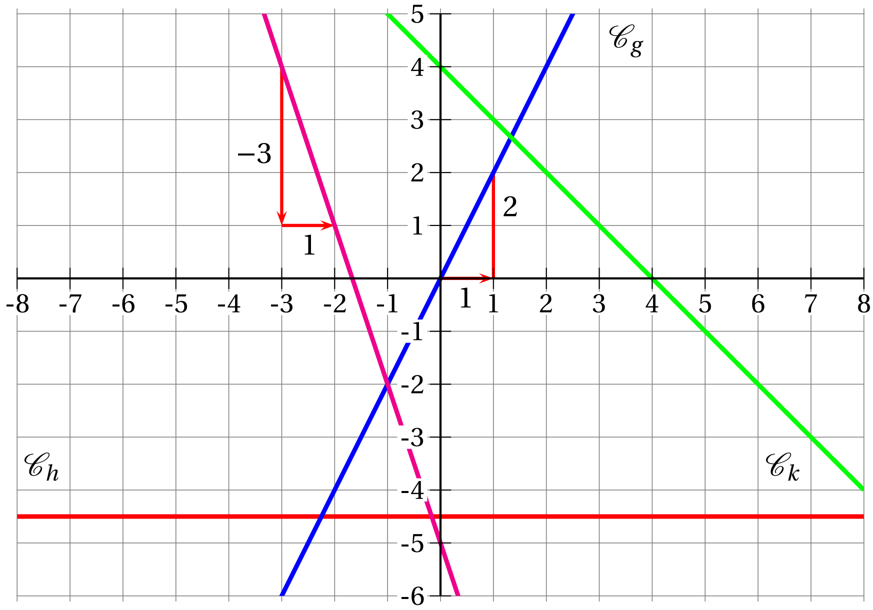
DEVOIR SURVEILLÉ 6 : FONCTIONS DE RÉFÉRENCE

Exercice 1 : Fonctions affines (4 points)



$f(x) = -3x - 5$ $\qquad g(x) = 2x$ $\qquad h(x) = -4.5$

Exercice 2 : Fonctions polynômes (4 points)

1. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 4(x+1)^2 + 9$

a. La courbe représentative de g est une parabole.

b. On a $a = 4$ donc la parabole est tournée vers le haut.
On a $\alpha = -1$ et $\beta = 9$ donc le sommet de la parabole a pour coordonnées $(-1; 9)$.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
g	$\searrow$	9	$\nearrow$

2. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (2x-4)(3x+1)$

a. On résout :

$$\begin{aligned} & 2x - 4 = 0 \\ \overset{+4}{\iff}\ & 2x = 4 \\ \overset{/2}{\iff}\ & x = 2 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} & 3x + 1 = 0 \\ \overset{-1}{\iff}\ & 3x = -1 \\ \overset{/3}{\iff}\ & x = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

On obtient le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		2		$+\infty$
Signe de $2x-4$		$-$		$-$	0	$+$	
Signe de $3x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $h(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

b. On en déduit que l'ensemble des solutions de $h(x) \geq 0$ est

$$\mathscr{S} = \left]-\infty;-\frac{1}{3}\right] \cup [2;+\infty[$$

Exercice 3 : Fonction Homographique (3 points)

Soit la fonction k définie sur $]-\infty;-3[\cup]-3;+\infty[$ par $k(x) = \dfrac{-3x+2}{4x+12}$

1. La courbe représentative de k est une hyperbole.
2. On résout :

$$\begin{aligned} & -3x+2=0 \\ \overset{-2}{\iff} \quad & -3x=-2 \\ \overset{/(-3)}{\iff} \quad & x=\frac{2}{3} \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} & 4x+12=0 \\ \overset{-12}{\iff} \quad & 4x=-12 \\ \overset{/4}{\iff} \quad & x=-3 \quad \text{Valeur interdite !} \end{aligned}$$

On obtient le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-3		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
Signe de $-3x+2$		$+$		$+$	0	$-$	
Signe de $4x+12$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $k(x)$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

On en déduit que l'ensemble des solutions de $k(x) > 0$ est $\mathscr{S} =]-3;\frac{2}{3}[$.

Exercice 4 : Etude d'une fonction polynôme (9 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2+12x-16$ **(forme 1)**

1.

$$\begin{aligned} -2(x-3)^2+2 &= -2(x^2-2\times x\times 3+3^2)+2 \\ &= -2(x^2-6x+9)+2 \\ &= -2x^2+12x-18+2 \\ &= -2x^2+12x-16 = f(x) \end{aligned}$$

Donc la forme 2 est bien égale à la forme 1.

2.

$$\begin{aligned} -2(x-4)(x-2) &= -2(x^2-2x-4x-4\times -2) \\ &= -2(x^2-6x+8) \\ &= -2x^2+12x-16 = f(x) \end{aligned}$$

Donc la forme 3 est bien égale à la forme 1.

3. **a.** On utilise la forme 2. On a $a=-2$ donc la parabole est tournée vers le bas.
On a $\alpha=3$ et $\beta=2$ donc le sommet de la parabole a pour coordonnées $(3;2)$.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
g	↗	2	↘

b. On utilise la forme 2 pour calculer l'image de 3. On a $f(3)=-2(3-3)^2+2=-2\times 0^2+2=2$

c. On utilise la forme 1 pour calculer $f(0)$. On a $f(0)=-2\times 0^2+12\times 0-16=-16$

d. On utilise la forme 3 pour résoudre $f(x)=0$. On a

$$\begin{aligned} -2(x-4)(x-2)=0 &\iff x-4=0 \text{ ou } x-2=0 \\ &\iff x=4 \text{ ou } x=2 \end{aligned}$$

Les solutions sont 2 et 4.

e. On utilise la forme 1 pour trouver les antécédents de -16.

$$\begin{aligned} -2x^2+12x-16=16 &\iff -2x^2+12x=0 \\ &\iff 2x(-x+6)=0 \\ &\iff 2x=0 \text{ ou } -x+6=0 \\ &\iff x=0 \text{ ou } x=6 \end{aligned}$$

Les antécédents de -16 sont 0 et 6.

f. $\mathscr{P}$ coupe l'axe des ordonnées en $A(0;-16)$.

g. $\mathscr{P}$ coupe l'axe des abscisses en $B(2;0)$ et $C(4;0)$.