EXERCICES : PROBABILITÉS

Problème :

Un jeu télévisé se déroule de la manière suivante : il y a trois portes, derrière l'une d'entre elle se trouve 10000€ et rien derrière les deux autres. Un candidat choisit au hasard l'une des trois. Ensuite le présentateur élimine une des deux portes mauvaises, tout en conservant celle choisit par le candidat. Le candidat peut alors conserver son choix ou le changer.
Que vaut-il mieux faire pour le candidat, changer ou conserver son choix? Quels sont ces chances de gagner dans le premier cas, et dans le deuxième?

Exemple :

On lance un dé à 6 faces et on regarde la face obtenue : $\Omega = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$
On lance un dé à 6 faces on regarde si le numéro de la face obtenue est pair ou impair : $\Omega = \dots\dots\dots\dots\dots$
On lance une pièce de monnaie et on s'intéresse à la face obtenue : $\Omega = \dots\dots\dots\dots\dots$
On effectue la même expérience que précédemment en lançant deux pièces de monnaie : $\Omega = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$
Soit A l'événement « Obtenir au moins une fois pile »et B celui « Obtenir au plus une fois Pile ».
Alors $A = \dots\dots\dots\dots\dots$ et $B = \dots\dots\dots\dots\dots$

Exemple :

On jette un dé dont les faces sont numérotés de 1 à 6 et on s'interesse au numéro sur la face supérieure.

1. Définir l'univers Ω
2. Décrire les événements suivants :
   A : « obtenir un numéro inférieur ou égal à 2 »
   B : « obtenir un numéro impair »
   C : « obtenir un numéro strictement supérieur à 4 »
3. Décrire les événements suivants : $A \cap B$; $A \cup B$; $A \cap C$; $A \cup C$; $C \cap B$; $C \cup B$; $\bar{A}$; $\bar{A} \cup C$; $\bar{A} \cap C$
4. Parmi les événements précédents, citer deux événements incompatibles qui ne sont pas contraire l'un de l'autre.

Exemple :

Dans un verger, on trouve deux fois plus de pommiers donnant des pommes rouges et que de pommiers donnant des pommes vertes (et c'est tout).
On cherche la probabilité de choisir un pommier donnant des pommes Rouge.
Appelons $P(R)$ cette probabilité et $P(V)$ celle de choisir un pommier donnant des pommes vertes.

Exemple :

On lance deux dés et l'on considère la somme obtenue. Le tableau ci-dessous résume le vocabulaire relatif aux événements et le vocabulaire ensembliste

Vocabulaire	**Signification**	**Illustration**
L'univers Ω (Evénement **certain**)	L'ensemble des éventualités	$\Omega = \dots$
L'ensemble vide $\emptyset$ (Evénement **impossible**)	L'ensemble qui ne contient aucune éventualité	« Obtenir …… »
Éventualité ou **Issue**	L'un des résultats de l'expérience	« Obtenir 7 » : $\omega = \dots$
Événement	Sous-ensemble de l'univers	A =« Obtenir un nombre pair » $A = \dots$ B =« Obtenir une somme inférieure à 4 » $B = \dots$
Événement A **et** B $A \cap B$	Événement constitué des issues communes aux deux événements A et B	$A \cap B$ =« … $A \cap B = \{\dots$
Événement A **ou** B $A \cup B$	Événement constitué de toutes les issues qui sont soit dans A, soit dans B, voire les deux	$A \cup B$ =« … $A \cup B = \{\dots$
Événement **incompatibles** ou **disjoints**, (on note $A \cap B = \emptyset$)	Ce sont des événements qui n'ont aucunes issues en commun	$\dots \quad = \emptyset$
Événement **contraire** Le contraire de A se note $\bar{A}$	Ce sont deux événements incompatibles dont la réunion forme l'univers $\bar{A}$ contient tous les éléments de l'univers sauf ceux de A	$\bar{A} = \dots$ $A \cap \bar{A} = \dots$ $A \cup \bar{A} = \dots$

Exemple :

Soit un dé truqué dont les probabilités des faces d'apparitions sont donnés par le tableau suivant :

Eventualité	1	2	3	4	5	6
Probabilité	$0,05$	$0,05$	$0,1$	$0,1$	$0,2$	a

1. Calculer la probabilité de l'éventualité : « le dé tombe sur 6 ».
2. Calculer la probabilité de l'événement A =« obtenir un résultat inférieur ou égal à 4 ».
3. Calculer la probabilité de l'événement B =« obtenir un nombre premier ».
4. Calculer la probabilité de l'événement C = « obtenir un nombre pair ».

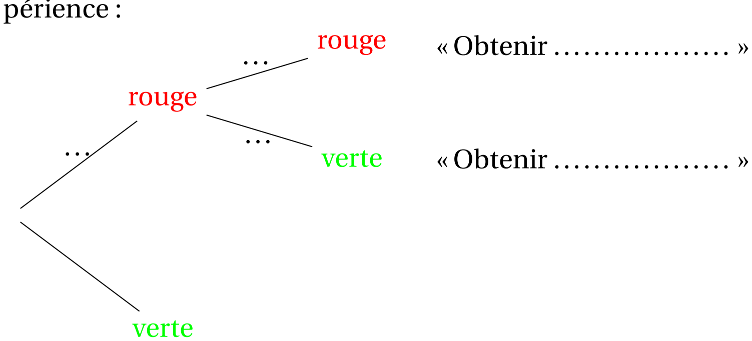
Exemple :

Dans un club, plusieurs activités sont proposés dont le tir à l'arc et le golf. Parmi les 50 adhérents, 30 pratiquent le tir à l'arc, 18 le golf et 6 les deux sports. Quelle est la probabilité pour qu'un adhérent choisi au hasard :

1. pratique le tir à l'arc ? le golf ?
2. pratique l'un au moins des deux sports ?
3. ne pratique ni le tir à l'arc, ni le golf ?

<u>Travail de l'élève</u> **1.** Une urne contient 8 boules, 3 rouges et 5 vertes. On tire successivement et sans remise deux boules de l'urne.

1. Compléter l'arbre de probabilité suivant (branches et probabilités correspondantes), qui modélise l'expérience :



2. Calculer les probabilité des événements suivants :
   - A = « Tirer deux boules rouges »
   - B = « Tirer une boule rouge au deuxième tirage sachant que l'on en a tiré une au premier tirage »
   - C = « Tirer une boule rouge au deuxième tirage sachant que l'on a tiré une verte au premier »
   - D = « Tirer une boule rouge au deuxième tirage »
   - E = « Tirer une boule rouge au premier tirage »
   - F = « Tirer deux boules de la même couleur »
   - G = « Tirer au moins une boule vertes ?