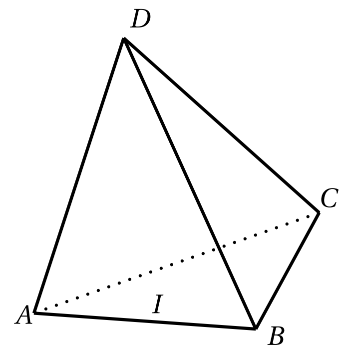
Exercices : Géométrie dans l'espace

Exercice 1 :

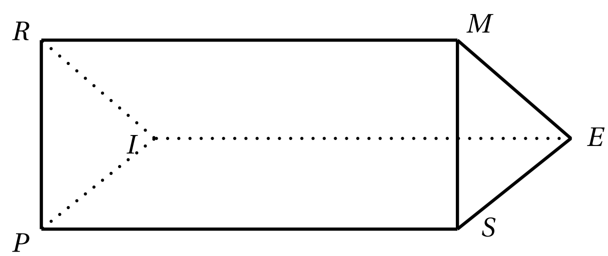
$ABCD$ est un tétraèdre et I est le milieu de $[AB]$.
Compléter les phrases mathématiques suivantes à l'aide des symboles $\subset$, $\in$, $\notin$, $\not\subset$



1. $I \ldots (AB)$
2. $B \ldots (CDI)$
3. $(CI) \ldots (ABC)$
4. $D \ldots (BI)$
5. $(AB) \ldots (CBA)$
6. $(DI) \ldots (BCI)$
7. $B \ldots (ADI)$
8. $B \ldots (IA)$

Exercice 2 :

PRISME est un prisme droit à base triangulaire. Déterminer les positions relatives :



1. des droites (RE) et (MI).
2. des droites (PI) et (EM).
3. de la droite (EM) et du plan (IPS).
4. de la droite (SR) et du plan (PMR).
5. du plan (IRP) et du plan (IEM).

Exercice 3 :

$ABCDE$ est une pyramide, de la base $BCDE$ est un quadrilatère tel que (BC) et (DE) ne sont pas parallèles.
I est le milieu de $[AB]$ et J celui de $[AC]$. K est le point du segment $[AD]$ tel que $AK = \frac{3}{4}AD$.

1. Déterminer la position relative :
   - **a.** des droites (IJ) et (BC)
   - **b.** des droites(JK) et (CD)
2. Déterminer l'intersection :
   - **a.** de la droite (JK) et du plan (BCD)
   - **b.** des plans (ABC) et (ADE).

Exercice 4 :

On a écrit un algorithme à l'aide du logiciel Algobox. Voici ce qui a été saisi :

```
VARIABLES
  R EST_DU_TYPE NOMBRE
  H EST_DU_TYPE NOMBRE
  V EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  AFFICHER "Entrer le rayon"
  LIRE R
  AFFICHER "Entrer la hauteur"
  LIRE H
  V PREND_LA_VALEUR Math.PI*pow(R,2)*H/3
  AFFICHER "Le Volume est égal à "
  AFFICHER V
FIN_ALGORITHME
```

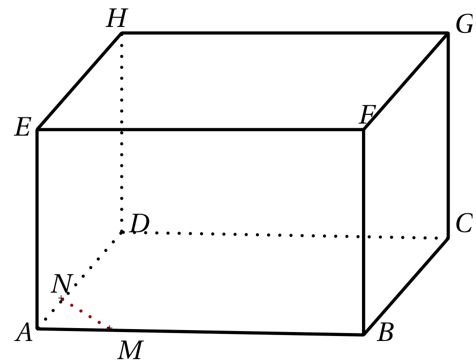
1. Que fait cet algorithme ?
2. Quelles sont les variables en entrée ?
3. Quelles sont les variables en sortie ?
4. En s'inspirant de l'exercice précédent, écrire un algorithme affichant :
   - **a.** Le volume d'une boule lorsque l'on saisit le rayon ;
   - **b.** L'aire latérale totale d'un cylindre de révolution lorsque l'on saisit le rayon du disque de base et la hauteur.

Exercice 5 :

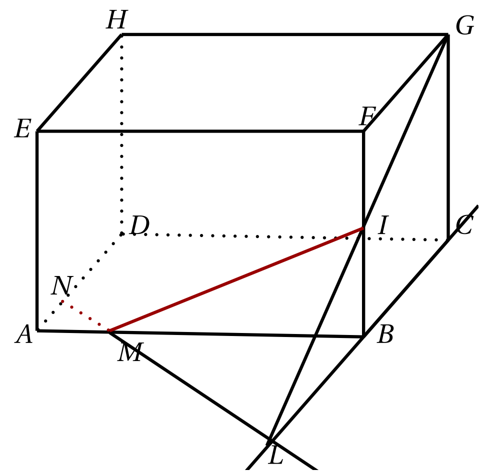
Soit $ABCDEFGH$ un pavé droit. Soit N et M deux points respectivement situés sur les arêtes $[AD]$ et $[AB]$. Tracer la section du pavé $ABCDEFGH$ par le plan (MNG) à l'aide du logiciel géogébra.

Voici les différentes étapes :

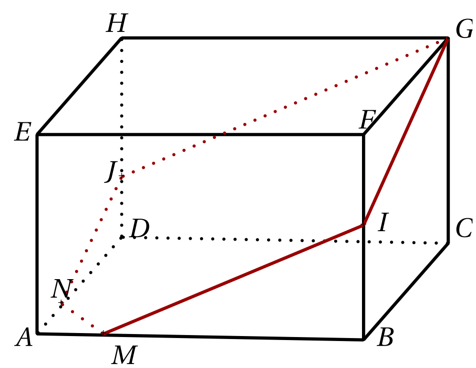
1. **Trace du plan (MNG) sur la face $ABCD$**
   M et N sont deux points communs aux plans (ABC) et (MGN).
   L'intersection de ces deux plans est donc la droite (MN), et la trace du plan (MGN) sur la face $ABCD$ est donc le segment $[MN]$. (en pointillés rouge sur la figure).



2. **Trace du plan (MNG) sur les faces $BCGF$ et $ABFE$.**
   Le point G est commun aux plans (MNG) et (BCG). Il suffit de trouver un second point commun aux deux plans.
   $(MN) \subset (MGN)$ et $(BG) \subset (BCG)$ donc le point d'intersection de (MN) et (BC) appartient à la fois aux plans (MNG) et $(BCG$. Appelons L ce point. On en déduit que l'intersection des plans (MNG) et (BCG) est la droite (GL).
   Soit I le point d'intersection de (GL) et (BF) : les segments $[GI]$ et $[MI]$ sont les traces du plan (MNG) sur les faces $BCGF$ et $ABFE$ respectivement (en traits pleins rouge sur la figure).



3. **Traces du plan (MNG) sur les faces $CGHD$ et $ADHE$**
   Les plans (ADH) et (BCG) sont parallèles. Le plan (MGN) coupe le plan (BCG) selon la droite (GI). On en déduit que (MGN) coupe (ADH) selon une droite parallèle à (GI).
   $N \in [AD] \subset (ADH)$ donc $N \in (ADH)$.
   De plus, par définition $N \in (MGN)$. N appartient donc à l'intersection des plans (MGN) et (ADH).
   On en déduit que l'intersection de ces deux plans est la droite parallèle à (GI) passant par N.
   Cette droite coupe l'arête $[DH]$ en un point J : les segments $[NJ]$ et $[JG]$ sont donc les traces du plan (MNG) sur les faces $ADHE$ et $CGHD$ respectivement (en traits pointillés rouge sur la figure).



4. **Section du pavé $ABCDEFGH$ par le plan (MGN).**
   La section du pavé par le plan (MGN) est donc le pentagone $MIGJN$.