QUELQUES RÈGLES DU JEU NUMÉRIQUE

Priorités de calcul

Dans un calcul, l'ordre des opérations se fait ainsi :

1. ......
2. ......
3. ......
4. ......

Travail de l'élève : On souhaite écire un algorithme permettant de réduire la somme $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$ au même dénominateur.

1. Existe-t-il des contraintes sur a, b, c et d ?

2. Donner un exemple d'entrées telles que la somme ne soit pas décimale.

3. Pour obtenir un résultat exact, on introduit deux variables u et v telles que $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{u}{v}$.
u et v seront donc les sorties de cet algorithme.

a. Donner les formules permettant de calculer u et v.

b. Compléter la structure de cet algorithme en langage naturel :

– Variables :
– Début :

– Fin.

Fractions

Pour tous nombres a, b, c et d avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$, on a :

$$a\times\frac{c}{b}=\frac{\dots\dots}{\dots\dots} \quad ; \quad \frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{\dots\dots}{\dots\dots} \quad ; \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{\dots\dots}{\dots\dots}\dots\frac{\dots\dots}{\dots\dots}=\frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

$$\frac{a\times d}{b\times d}=\frac{\dots\dots}{\dots\dots} \quad ; \quad \frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{\dots\dots}{bd}+\frac{bc}{\dots\dots}=\frac{\dots\dots\dots\dots}{\dots\dots}$$

Exemples :

$$5\times\frac{6}{7}=\dots\dots\dots \quad ; \quad \frac{4}{15}\times\frac{6}{7}=\dots\dots\dots\dots \quad ; \quad \frac{\frac{4}{15}}{\frac{6}{7}}=\dots\dots\dots\dots \quad ; \quad \frac{36}{28}=\dots\dots\dots\dots \quad ; \quad \frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\frac{1}{8}=\dots\dots\dots\dots$$

Exercice 1 :

Effectuer et simplifier les fractions obtenues :

$$A=4\times\left(\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2} \qquad B=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right) \qquad C=\frac{4}{5}-\frac{7}{5}\times\left(2+\frac{5}{6}\right) \qquad D=\frac{3+\frac{6}{7}}{3-\frac{6}{7}} \qquad E=\frac{3}{x+1}+\frac{2}{x}$$

Définition 1 : *Puissances*

Soit a un nombre et n un nombre entier positif.

– Si $n \geq 1$, alors $a^n=\underbrace{\dots\dots\dots\dots\dots\dots}_{\dots\dots\text{ fois}}$ En particulier $a^1=\dots\dots$

– Si $n=0$ et $a\neq 0$ alors $a^0=\dots\dots$

Si de plus $a\neq 0$, on définit le nombre a^{-n} comme .... du nombre a^n : $a^{-n}=\dots\dots$

Exemples :

$$(-1,5)^3=-3,375 \quad ; \quad 5^{-4}=\frac{1}{5^4}=\frac{1}{625} \quad ; \quad (-3)^{-2}=\frac{1}{(-3)^2}=\frac{1}{9}$$

Attention !
Ne pas confondre $(-a)^n$, $-a^n$, $-a^{-n}$ et $(-a)^{-n}$

$$(-2)^4 = \ldots\ldots \quad ; \quad -2^4 = \ldots\ldots \quad ; \quad -2^{-4} = \ldots\ldots \quad \text{et} \quad (-2)^{-4} = \ldots\ldots$$

Propriété 1 :
Quels que soient les réels a et b, et les entiers relatifs n et m, on a les égalités suivantes (si elles sont définies) :

$$a^n \times a^m = \ldots\ldots\ldots\ldots \quad ; \quad \left(a^n\right)^m = \ldots\ldots\ldots\ldots \quad ; \quad \frac{a^n}{a^m} = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$(ab)^n = \ldots\ldots\ldots\ldots \quad ; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Exemples :

Exercice 2 **:**
Simplifier au maximum : $\left(3^7 \times 2^{-6}\right)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{33}$ $\qquad \frac{4^{-2}}{4 \times 49^{-3}} \times \left(-\frac{4}{7}\right)^5$

Travail de l'élève :

1. Calculer les carrés des nombres suivants : $-2; 5; 0,3; -1; 10^3; -\frac{2}{3}$
2. Quel est le signe du carré d'un nombre ?
3. Parmi les nombres suivants, dire ceux qui sont des carrés : $25; 7^2; -16; 10^4; \frac{4}{9}; -100; 49$
4. Quels sont les nombres qui ont pour carré 36 ? 100 ?

Définition 2 : *Racine carrée*
Si a est un nombre positif alors $\sqrt{a}$ est .... nombre .... dont le carré vaut ....

Conséquence : Dès que l'on voit le nombre $\sqrt{a}$, on doit supposer ....

Exemples :
$$\sqrt{49} = \ldots\ldots \quad ; \quad \sqrt{-16} = \ldots\ldots \quad ; \quad \sqrt{(-3)^2} = \ldots\ldots \quad ; \quad \sqrt{(2-\Pi)^2} = \ldots\ldots$$

Remarque : $\sqrt{a^2} = \pm a$ suivant le signe de a. On appelle ce nombre « valeur absolue » de a et on le note $|a|$

Propriété 2 :
Si a et b sont des nombres positifs et n un entier relatif, alors on a :

$$\sqrt{ab} = \ldots\ldots\ldots\ldots \quad ; \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \ldots\ldots \text{ si } b \neq 0$$

Attention !
En général $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$. Par exemple $\sqrt{9+16} = \ldots\ldots$ et $\sqrt{9} + \sqrt{16} = \ldots\ldots$

Exercice 3 **:**
Calculer et mettre sous la forme la plus simple possible :

$$\sqrt{2} \times \sqrt{18} \quad ; \quad \sqrt{25 \times 49} \quad ; \quad \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} \quad ; \quad \sqrt{\frac{36}{49}} \quad ; \quad \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}} \quad ; \quad \sqrt{11^2} \quad ; \quad \sqrt{72} + \sqrt{32} - 6\sqrt{8} \quad ; \quad \frac{3\sqrt{5}}{2} \times \sqrt{\frac{12}{15}}$$