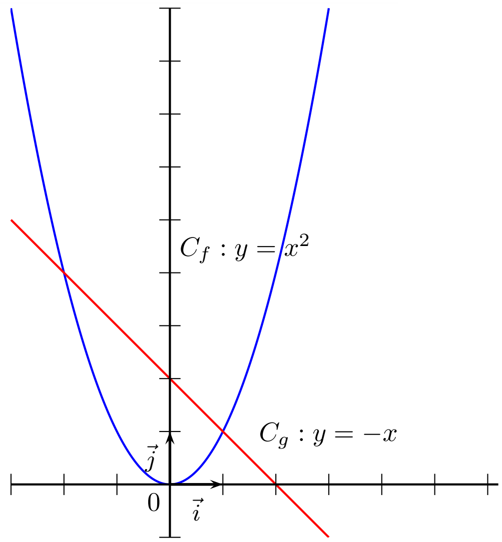
Exercices : Fonction de référence

Exercice 1.

1. Dans un repère orthogonal, tracer la représentation graphique de la fonction carré sur l'intervalle $[-3; 3]$, puis celle de la fonction affine $x :\longmapsto -x+2$.
2. Par lecture graphique, déterminer les coordonnées des points d'intersection de ces deux courbes.
3. Développer $(x+2)(x-1)$
4. Retrouver les solutions de la première question par le calcul.

Solution :

1. 

2. Les points $A(1; 1)$ et $B(-2; 4)$ sont les deux points d'intersection de ces deux courbes.
3. $(x+2)(x-1) = x^2 - x + 2x - 2 = x^2 + x - 2$
4. On doit donc résoudre $f(x) = g(x) \iff x^2 = -x+2 \iff x^2 + x - 2 = 0 \iff (x+2)(x-1) = 0 \iff x = -2$ ou $x = 1$
   Par conséquent ces deux courbes ont deux points d'intersection dont les abscisses valent -2 et 1, il n'y a qu'à mettre au carré pour obtenir leurs ordonnées, et on retrouve bien $A(1, 1)$ et $B(-2, 4)$

Remarque : Pour la dernière question de cet exercice, on aurait aussi pu utiliser l'autre fonction pour déterminer l'ordonnée des points d'intersections des deux courbes (justement car les points sont sur les deux courbes, on aurait alors obtenu $-1+2 = 1$ pour l'ordonnée de A et $-(-2)+2 = 4$ pour celle de B, ce qui évidemment revient au même !

Exercice 2. Soient $A = \sqrt{3} + \sqrt{5}$ et $B = \sqrt{7 + 2\sqrt{15}}$

1. Calculer A^2 et B^2
2. Sans un calcul supplémentaire, comparer A et B. Expliquer.

Solution :

1. $A^2 = \left(\sqrt{3} + \sqrt{5}\right)^2 = 3 + 2\sqrt{15} + 5 = 8 + 2\sqrt{15}$ et $B^2 = \sqrt{7 + 2\sqrt{15}}^2 = 7 + 2\sqrt{15}$
2. $A^2 - B^2 = 1$, par conséquent $A^2 > B^2 \Longrightarrow A > B$ (cette dernière implication est vraie car on sait que A et B sont deux nombres positifs)

Remarque : Dans la question 2 de cet exercice, l'hypothèse $A > 0$ et $B > 0$ est indispensable, en effet sinon on pourrait avoir une situation du type $A = -5$ et $B = 4$:
$A^2 = 25 > B^2 = 16$ et pourtant $B > A$