Exercices

Exercice 1. Soit z la fonction définie par $z(x) = \dfrac{3}{x-3}$.

1. Quel est son ensemble de définition ?
2. Quelles sont les images de 6 ? 4 ? 0 ?
3. Quels sont les antécédents de 12 ? 8 ?
4. Après avoir tracer cette fonction sur votre calculatrice, décrire les variations de z.
5. Résumer cela dans un tableau de variations de z.
6. Tracer la courbe représentative de z.

Exercice 2. Voici le tableau de variations d'une fonction f définie sur un intervalle $[-1;3]$:

x	-1		0		1		3
$f(x)$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	1

1. Lire $f(1)$, $f(-1)$, $f(0)$ et $f(3)$
2. Quel est le maximum de f sur $[-1;3]$? Quand est-il atteint ?
3. Quel est le minimum de f sur $[-1;3]$? Quand est-il atteint ?
4. Pour $x \in [0;1]$, encadrer $f(x)$
5. Donner un encadrement de $f(x)$ sur $[-1;3[$.
6. Encadrer $f(-0,5)$, $f(0,8)$ et $f(2,1)$

Exercice 3. Soit la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4x - 1$

1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $f(x) = -(x-2)^2 + 3$
2. En déduire le maximum de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
3. Calculer $f(0)$ et $f(10)$
4. Tracer la courbe représentative de f sur $[-2;5]$
5. Compléter le tableau de variation ci-contre :
6. Grâce au tableau de variation, donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$

x	$-\infty$		$\cdots$		$+\infty$
f		$\nearrow$	$\cdots$	$\searrow$	

7. Grâce à la courbe résoudre graphiquement cette équation.
8. Par dichotomie, donner un encadrement à 10^{-2} de ces solutions.
9. Retrouver ces nombres par le calculs
10. Vérifier la cohérence des trois méthodes.

Exercice 4.

1. Dresser son tableau de variations de la fonction « carré »à partir de sa courbe représentative sur votre calculatrice
2. Trouver à l'aide du graphique les solutions de l'encadrement $x^2 \leq 3$
3. Trouver à l'aide du graphique les solutions de l'encadrement $x^2 \geq 2$
4. Trouver à l'aide du graphique les solutions de l'encadrement $1 \leq x^2 \leq 5$

<u>Exercice</u> 5.

1. Dresser son tableau de variations de la fonction « inverse »à partir de sa courbe représentative sur votre calculatrice
2. Trouver à l'aide du graphique les solutions de l'encadrement $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{x} \leq 1$
3. Trouver à l'aide du graphique les solutions de l'encadrement -1 $\leq \frac{1}{x} \leq -\frac{1}{4}$
4. Trouver à l'aide du graphique les solutions de l'encadrement $-\frac{1}{4} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$

<u>Exercice</u> 6. On considère les fonctions f, g et h définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 - 3x \qquad g(x) = x^3 - 3x \qquad h(x) = x - 3$$

1. Etablir un tableau de valeurs pour les trois fonctions, allant de -2 à 4, de pas 0.5.
2. Tracer dans un même repère les représentations graphiques $\mathscr{C}_f$, $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$ respectivement des fonctions f, g et h sur $[-2; 4]$.
   Conseils :
   (a) On graduera l'axe des abscisses de -2 à 4 en prenant 2 cm par unité
   (b) On graduera l'axe des ordonnées de -5 à 5 en prenant 1 cm par unité
3. Est-il vrai que le point de coordonnées $(0.5; -1.3)$ appartient à $\mathscr{C}_g$? Justifier.
4. Soit a un nombre compris entre -2 et -1. Donner un encadrement de $g(a)$ et un de $h(a)$.
5. À l'aide des graphiques, déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_h$
6. Comparaison des fonctions f et g
   (a) À l'aide du graphique, essayer de répondre aux questions suivantes :
      i. Combien y a-t-il de points d'intersections entre $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$?
      ii. Quelles sont leurs coordonnées ?
   (b) Pour avoir plus de précision, on se propose de retrouver ces résultats par le calcul :
      i. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$
      ii. En déduire, par le calcul, les coordonnées des points A et B d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$
   (c) Sur quel(s) intervalle(s) a-t-on $f \leq g$?

<u>Exercice</u> 7. On se donne la fonction h définie par $h(x) = (3x - 5)^2 - 16$

1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction h ?
2. Calculer l'image de 0 et de 3 par h.
3. Calculer la valeur exacte de $h(\sqrt{2})$ (calculs détaillés).
4. Donner un encadrement à 10^{-1} par dichotomie des solutions de l'équation $h(x) = 0$.
5. (a) Factoriser l'expression de $h(x)$
   (b) En déduire par le calcul les éventuels antécédents de 0 par h.
   (c) Avec votre calculatrice graphique, dire pour quelles valeurs de x cette fonction est-elle positive ?
6. Déterminer s'ils existent, les antécédents de -16 et de -25 par h.
7. (a) Montrer que, pour tout réel x, on a $h(x) = 9x^2 - 30x + 9$.
   (b) En déduire par le calcul les éventuels antécédents de 9 par h.