

Correction de l'interrogation n°12

Exercice 1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 + 2x - 5$$

1.

$$f(0) = 0^2 + 2 \times 0 - 5 = -5$$

puis

$$f(1) = 1^2 + 2 \times 1 - 5 = 3 - 5 = -2$$

et enfin

$$f(\sqrt{2}) = \sqrt{2}^2 + 2 \times \sqrt{2} - 5 = 2 - 5 + 2\sqrt{2} = -3 + \sqrt{2}$$

2. On cherche donc les réels qui ont pour image -5 , ce qui revient à résoudre l'équation

$$f(x) = -5 \iff x^2 + 2x - 5 = -5 \iff x^2 + 2x = 0 \iff x(x+2) = 0 \iff x = 0 \text{ ou } x+2 = 0 \iff x = 0 \text{ ou } x = -2$$

-5 a donc deux antécédents 0 et -2 !

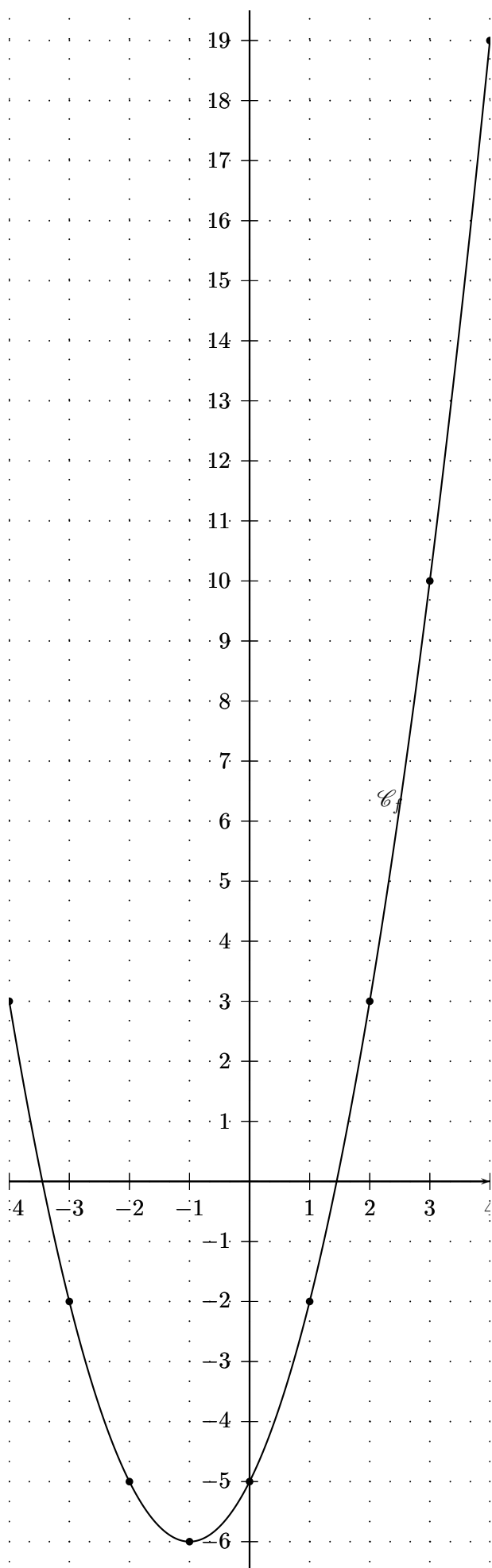
3. Tracer soigneusement $\mathcal{C}_f$, la représentation graphique de f sur $[-4; 4]$

4. $(x+1)^2 - 6 = x^2 + 2x + 1 - 6 = x^2 + 2x - 5 = f(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

5. Quelque soit le nombre $x \in \mathbb{R}$,

$$(x+1)^2 \geq 0 \iff (x+1)^2 - 6 \geq -6 \iff f(x) \geq -6$$

De plus $f(-1) = -6$, donc -6 est le minimum de f et il est atteint pour $x = -1$



Exercice 2. On donne le tableau de variation suivant d'une fonction g

x	-5	-1	4	7	20
$g(x)$	2	↓ 0		1	-2
		→ 0			

1. Le maximum de g sur $[-5; 20]$ est 2
2. Sur $[-5; -1]$ la fonction g est strictement décroissante, par conséquent, comme $-4 < -2$, leurs images sont rangées dans l'ordre inverse et :

$$g(-4) > g(-2)$$

3. Sur $[-1; 4]$ la fonction g est constant, par conséquent, leurs images sont égales et donc

$$g(3) = g(4) = 0$$

4. $0 < g(6) < 1$ puis $g(7) = 1$
5. $g(2) = 0$, $g(-5) = 2$ et $g(20) = -2$

Correction de l'interrogation n°12

Exercice 1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -x^2 - 2x + 5$$

1.

$$f(0) = -0^2 - 2 \times 0 + 5 = 5$$

puis

$$f(1) = -1^2 - 2 \times 1 + 5 = 2$$

et enfin

$$f(\sqrt{2}) = -\sqrt{2}^2 - 2\sqrt{2} + 5 = 3 - 2\sqrt{2}$$

2. On cherche donc les réels qui ont pour image 5, ce qui revient à résoudre l'équation

$$f(x) = 5 \iff -x^2 - 2x + 5 = 5 \iff -x^2 - 2x = 0 \iff x(-x - 2) = 0 \iff x = 0 \text{ ou } -x - 2 = 0 \iff x = 0 \text{ ou } x = -2$$

5 a donc deux antécédents 0 et -2!

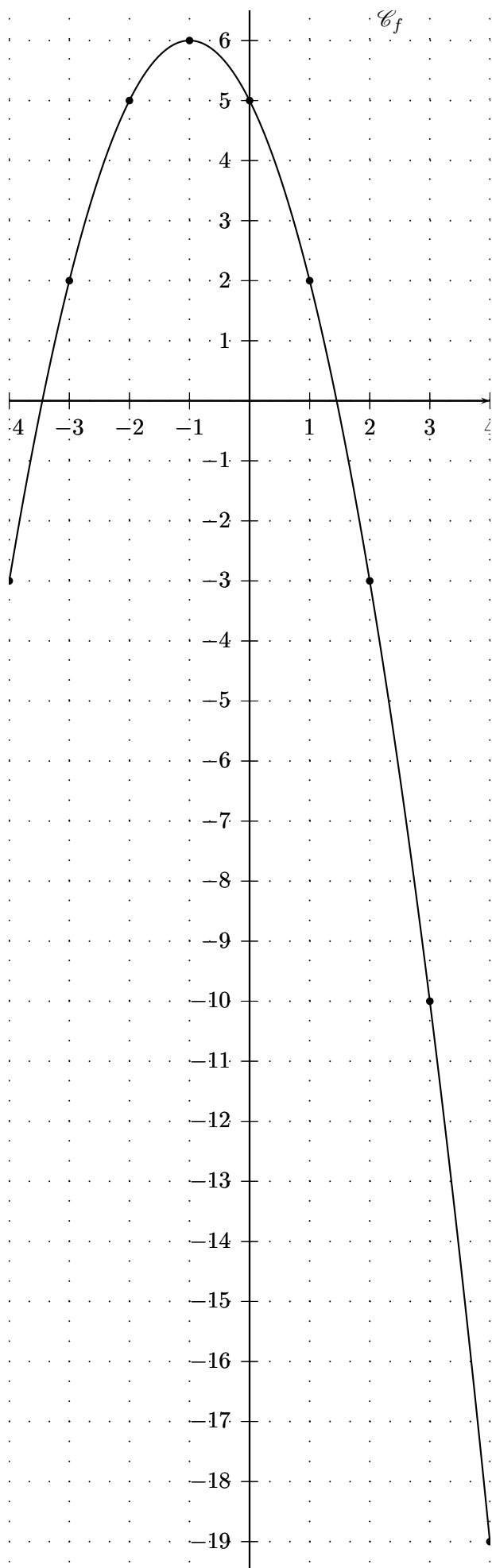
3. Tracer soigneusement $\mathcal{C}_f$, la représentation graphique de f sur $[-4; 4]$

4. $-(x+1)^2 + 6 = -(x^2 + 2x + 1) + 6 = -x^2 - 2x - 1 + 6 = -x^2 - 2x + 5 = f(x)$

5. Quelque soit le nombre $x \in \mathbb{R}$,

$$(x+1)^2 \geq 0 \iff -(x+1)^2 \leq 0 \iff -(x+1)^2 + 6 \leq 6 \iff f(x) \leq 6$$

De plus $f(-1) = 6$, donc 6 est le maximum de f et il est atteint pour $x = -1$



Exercice 2. On donne le tableau de variation suivant d'une fonction g

x	-5	-1	4	7	20
$g(x)$	-2	0	0	-1	2

1. Le maximum de g sur $[-5; 20]$ est 2
2. Sur $[-5; -1]$ la fonction g est strictement croissante. Comme la fonction g est constante sur $[-1; 4]$ on a $g(3) = g(4)$.
 images sont rangées dans le même ordre et :
 4. $-1 < g(6) < 0$ puis $g(7) = -1$
 5. $g(2) = 0$, $g(-5) = -2$ et $g(20) = 2$