Lycée Jules Fil, Carcassonne Classe de 2^{nde}

Chapitre 1 : Généralités sur les fonctions

D. Zancanaro C. Aupérin

2009-2010

"Télécharger c'est tuer l'industrie, tuons les tous" Thurston Moore

Dernière modification : 15 octobre 2009

Table des matières

Cours : Généralités sur les fonctions

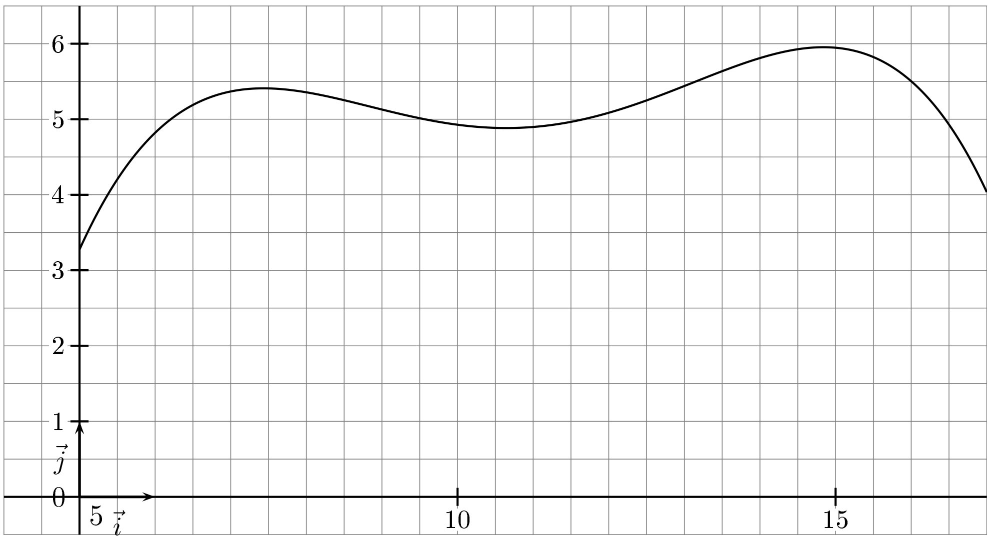
1 Présentation des machines

1.1 Introduction

Il existe plusieurs types d'approches possibles à la notion de fonction, l'approche graphique et l'approche algébrique. Ces quatre activités proposent des études variées. Elles font appel aux souvenir du collège pour la géométrie dans l'espace, les configurations planes, sans parler de la manipulation du calcul numérique et algébrique. Elles ouvrent également des portes à l'utilisation de la calculatrice et de logiciels de géométrie dynamique.

Travail de l'élève : Dans le langage courant, la notion de dépendance est souvent utilisée. Proposer des exemples.

Travail de l'élève : Le graphique ci-dessous donne le niveau de la mer en mètres dans le port de Narbonne de 5h du matin à 17h. Toutes les informations sont données par ce graphique.



1. D'après ce graphique, sur quel période temporelle D peut-on lire la hauteur de la mer ?
2. Quel est le niveau de la mer à 13 h ? à 9 h 30 ? à 20 h ?
3. A quelle heure le niveau de la mer est de 5 m ? de 2 m ?
4. Compléter le tableau ci-dessous où h estla hauteur de la mer en mètres à l'instant t.

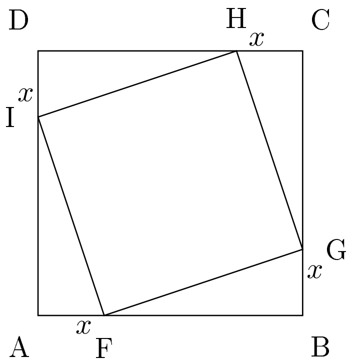
t	8		12		11	
h		5.5		5		3

Ce graphique donne la hauteur de la mer dans le port en fonction de l'heure, il permet de déterminer la hauteur h de la mer à un instant t donné. On note $h = f(t)$, h est fonction du temps t et on dit que f est une fonction. $f(t)$ est l'image de t pat f.

Travail de l'élève : On dispose d'une feuille de papier de format $A4$, et on veut fabriquer une boîte sans couvercle. Pour cela on découpe un carré identique dans chaque coin de la feuille et on replie la

feuille.
Quel doit être la dimension du carré découpé pour que la boîte ait le plus grand volume possible ?
Le travail se décompose en trois partie : la réalisation de la boîte par les élèves, le calcul du volume, puis à l'aide d'un tableur, observation des variations du volume. Enfin étude théorique.

<u>*Travail de l'élève :*</u> On considère un carré $ABCD$ de côté 6. Les points F, G, H, et I se situent sur les segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$ de telles manières que $AF = BG = CH = DI = x$.
On utlisera le cm comme unité. Le but du problème est détudier la valeur minimale de l'aire du quadrilatère $FGHI$.

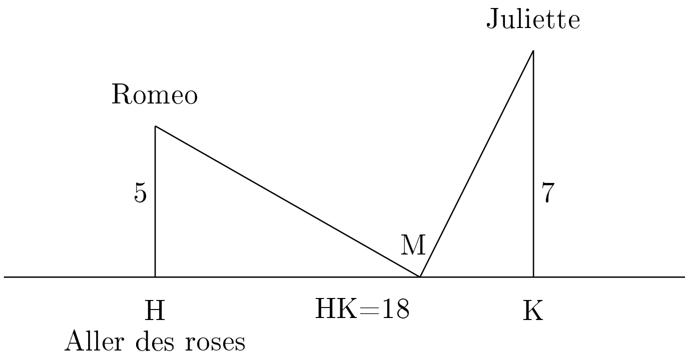


1. Quelles sont les valeurs possibles pour x ?
2. Calculer l'aire du quadrilatère $FGHI$ pour $x = 0$, $x = 2$ et $x = 6$.
3. Calculer l'aire $A(x)$ du quadrilatère $FGHI$ en fonction de x.
4. Compléter le tableau suivant :

x	0	1	2	3	4	5	6
$A(x)$							

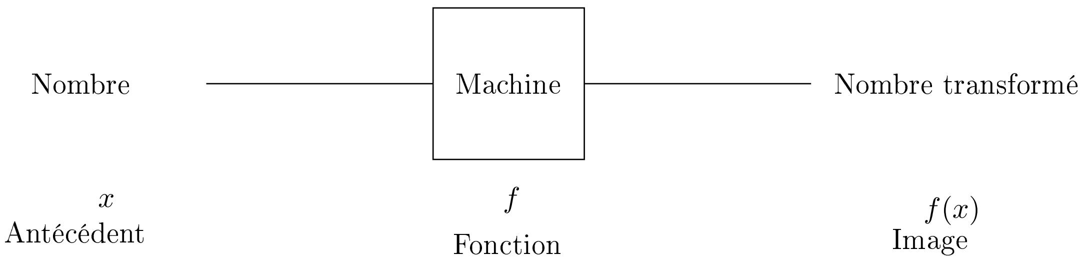
Ce problème peut être traité en partant d'un rectangle au lieu d'un carré. De plus, il peut faire l'objet d'un traitement informatique, soit sur geoplan en classe entière, soit par le professeur au vidéoprojecteur.

<u>*Travail de l'élève :*</u> Roméo souhaite au plus vite offrir une fleur à sa Juliette. La situation est schématisée de la façon suivante :

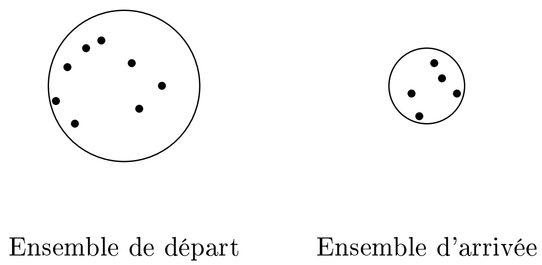


Indiquez-lui l'endroit de l'allée où cueillir une rose lui permettant de parcourir le plus court chemin.
Ce problème se traite à l'aide de géoplan, une première partie observation, puis résolution du problème par une méthode analytique.

On peut voir une fonction comme une machine, dans laquelle on introduit un nombre et en ressort un nombre transformé ou modifié.



Ce procédé permet de transformer un nombre en un autre nombre.
On peut illustrer ce procédé par le diagramme suivant :



Exemple : Considérons la machine qui ajoute 3 et élève au carré. Si on rentre le nombre 4, il en ressort 49, si on rentre 0, il en ressort 9 . Les nombres qui rentrent dans la machine sont appelés les antécédents, ceux qui en sortent sont appelés les images.

Remarque : Dans cet exemple, on a décrit un algorithme calculatoire. On peut le pésenter autrement pour être le plus clair possible. Par exemple :

$$x \longmapsto x+3 \longmapsto (x+3)^2$$

Si vous avez déjà indiqué le chemin pour venir chez vous, alors vous avez déjà fait un algorithme.
Un **algorithme** est en fait une suite d'instructions, qui, une fois exécutée correctement, conduit à un résultat donné.
Pour fonctionner, un algorithme doit contenir uniquement des instructions compréhensibles par celui qui devra l'exécuter (sinon il suffirait de dire pour indiquer un chemin d'aller de là où l'on est à l'endroit désiré !).
En mathématiques, les algorithmes consistent par exemple en des suites d'opérations à effectuer (pour les fonctions notamment), ou des suites de manipulations à faire (pour construire une figure géométrique).
On considère pour acquises les connaissances du collège, et l'on pourra donc les utiliser comme instructions.

<u>Définition</u> 1. Une fonction est un procédé qui fait correspondre à un élément d'un ensemble de départ **au plus** un élément d'un ensemble d'arrivée.
Fabriquer une fonction sur un ensemble D c'est donner un algorithme (une procédure ici calculatoire) qui à chaque élément $x \in D$ associe **au plus** un nombre, souvent noté $f(x)$.

Exemple : Vous connaissez déjà quelques fonctions en géométrie :

- Le périmètre d'un cercle est la fonction qui à tout réel positif R associe le réel $P(R) = 2\pi R$
- L'aire d'un cercle est la fonction qui à tout réel positif R associe le réel $A(R) = \pi R^2$
- Le périmètre d'un rectangle est la fonction qui à tout réel positif $(l; L)$ associe le réel $P(l; L) = 2(l + L)$
- L'aire d'un rectangle est la fonction qui à tous réels positis $(l; L)$ associe le réel $A(l; L) = l \times L$
- L'aire d'un triangle est la fonction qui à tous réels positifs $(b; h)$ associe le réel $A(b; h) = \dfrac{b \times h}{2}$
- Le volume d'un parallélépipède rectangle est la fonction qui à tous réels positifs $(a; b; c)$ associe le réel $V(a; b; c) = abc$

Vocabulaire :
Les fonctions sont appelées par des lettres. On note par exemple f la fonction qui à tout réel x positif associe le réel $5 + 3x\sqrt{x+2}$ de la manière suivante :

$$f : \begin{array}{ll} \mathbb{R}^+ & \to \mathbb{R} \\ x & \mapsto 5 + 3x\sqrt{x+2} \end{array}$$

On dit que $5 + 3x\sqrt{x+2}$, noté bien souvent $f(x)$ est l'**image** de x par la fonction f.
De la même manière, on dit que x est l'**antécédent** de $f(x)$.

Exemple : Décrire l'algorithme calculatoire correspondant à cette fonction f, puis calculer les images de -1 et de 7. Quelle est l'image de -3 ?

Remarque : Un nombre peut ne pas avoir d'antécédent comme en avoir plusieurs. Par contre l'image d'un nombre, losrqu'elle existe, est unique.

<u>Exercice</u> 1.1. Soit la fonction

$$g : \begin{array}{ll} \mathbb{R} & \to \mathbb{R} \\ x & \mapsto x^2 - 3 \end{array}$$

Décrire l'algorithme correspondant à la fonction g.
Déterminer l'image de 3, puis celle de -1 par la fonction g.
Déterminer les antécédents éventuels de 6, de -3 et de -4 par la fonction g.

Exercice 1.2. On choisit un nombre x, on lui ajoute 4, on élève le résultat au carré, on retranche 16 et on divise le tout par le nombre de départ. Quelle est l'expression algébrique de l'image $f(x)$ de x ? Quelle est l'image de 4 ? de 0 ?

Exercice 1.3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^2 + x + 3$

1. Calculer l'image de 0, l'image de 1 et l'image de $\sqrt{2}$.
2. Déterminer le(s) antécédent(s) de 3 par f.

Exercice 1.4. Soit la fonction $florent$ définie sur $\mathbb{R}$ par $florent(x) = x^2 - \dfrac{6}{x}$.

1. Calculer $florent(-3)$, $florent(2)$ et $florent(-1)$.
2. Pourquoi l'image de 0 par $florent$ n'existe-t-elle pas ?

Exercice 1.5. Soit $Keelut$ une fonction affine et $Wanda$ une fonction linéaire.

1. Sachant que $Keelut(2) = 6$ et $Keelut(0) = 1$, déterminer l'expression de $Keelut(x)$.
2. Sachant que $Wanda(2) = 6$, déterminer l'expression de $Wanda(x)$.
3. Tracer les droites d_K et d_W représentant respectivement les fonctions $Keelut$ et $Wanda$.

Exercices du livre : Transmath : 1à 3 p 84, 4-5 p 84

2 Ensemble de définition

<u>*Travail de l'élève*</u> *:* Soit f la fonction telle que $f(x) = \dfrac{4}{x-3}$. Calculer l'image de 2, de 4 et de 3.

> <u>**Définition**</u> **2.** Par définition d'une fonction, un élément de départ peut ne pas avoir d'image, on dit alors que c'est une **valeur interdite**.
> L'ensemble des réels possédant une image par une fonction f est appelé **ensemble de définition** de la fonction. On le note D_f.

On trouve les valeurs interdites en appliquant les deux règles suivantes :
- On ne divise pas par zéro
- On ne prend pas racine d'un nombre strictement négatif

Il faudra donc toujours se poser les questions suivantes :
Dans l'expression de l'image,
- Y a-t-il un quotient ? Si oui, le dénominateur peut-il être nul ?
- Y a-t-il une racine ? Si oui, la quantité dont on prend la racine peut-elle être strictement négative ?

Exemples :

1. Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 - 3x + 1$. Trouver son ensemble de définition.
2. Soit g la fonction définie par $g(x) = \dfrac{3x-1}{4-5x}$. Trouver son ensemble de définition.
3. Soit h la fonction définie par $h(x) = \sqrt{-x+1}$. Trouver son ensemble de définition.

Remarque : On peut alors écrire :

$$f : \begin{array}{ll} \mathbb{R} & \to \mathbb{R} \\ x & \mapsto x^2 - 3x + 1 \end{array} \qquad g : \begin{array}{ll} \mathbb{R} \setminus \{\frac{4}{5}\} & \to \mathbb{R} \\ x & \mapsto \dfrac{3x-1}{4-5x} \end{array} \qquad h : \begin{array}{ll}]-\infty; 1] & \to \mathbb{R} \\ x & \mapsto \sqrt{-x+1} \end{array}$$

<u>**Exercice**</u> **2.1.** Soient les fonctions $David$, $Taupie$ et $Loic$ définie par $David(x) = 4x^2 - x + 3$, $Taupie(x) = \dfrac{x^2-2}{(x-1)(2x+3)}$ et $Loic(x) = \sqrt{5x-9}$.

1. Déterminer les ensembles de définition de chacune des trois fonctions.
2. Déterminer l'image de -1 par $David$, de 0, de -2 par $Taupie$ et de 2 par $Loic$.
3. Déterminer les antécédents de 3 par $David$, de 0 par $Taupie$, de 4 par $Loic$, puis de $\dfrac{47}{16}$ par $David$, de -5 par $Loic$.

Exemple : Transmath n°6 à 10 p 84 + 56 à 59 p 89.

3 Courbe représentative

3.1 Définition

Travail de l'élève : On peut associer à une fonction un tableau de valeurs. Il comporte deux lignes, la première regroupe les antécédents et la seconde les images correspondantes.
Exemple : Soit d la fonction définnie sur $\mathbb{R}$ par $d(x) = x^2 - 1$

x	-3	2	0	-1	7	1,5	4
$d(x)$							

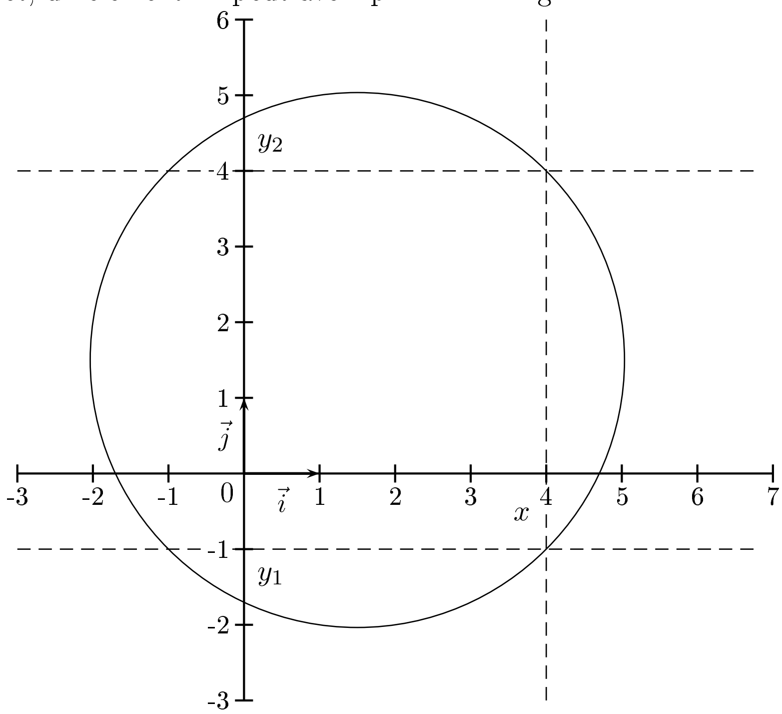
Représenter dans un repère orthonormé les points de coordonnées $(x; d(x))$.
Imaginer alors l'allure de la courbe représentative de la fonction d.

Définition 3. La **courbe représentative** d'une fonction f définie sur D_f est l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$ où x parcourt D_f.

Exemple : Soit la fonction a définie par $a(x) = x^3 - 3x + 1$. Tracer sa courbe représentative.

Limite : Pour tracer la courbe représentative d'une fonction, on relie les points du tableau de valeurs avec le plus de cohérence possible. Néanmoins, on ne sait pas comment varie la fonction entre deux points de la courbe. Pour être plus précis, il suffit d'agrandir le tableau de valeurs en diminuant le pas. Cependant, pour prévoir l'allure d'une courbe, nous allons étudier ses variations. Il est utile de consulter le tracé de la courbe sur la calculatrice avant d'effectuer son propre tracé.

Remarque : Toutes les courbes ne représentent pas des fonctions. On s'appuie sur la définition pour le comprendre. En effet, un élément ne peut avoir plusieurs images.



Remarque : Pour obtenir un tableau de valeurs (et la courbe représentative d'une fonction) à la calculatrice graphique :

- On rentre la fonction considérée dans $Y =$ OU dans Menu + Graph.
- On règle les paramètres du tableau de valeurs (première, dernière valeur de x et pas) dans le menu Table + Tblset (jaune + F4) OU Menu + Table + F5, :

  Start=..., End=..., Pitch=... (sur Casio)

  TblStart=..., ΔTbl=... (sur TI)
- On affiche le tableau dans le menu Graph
- On affiche la courbe représentative dans le menu Trace

Exercices du livre : 11 p 84 (fct ?), 12, 13 p 84 (Df), 14 à 16 p 84 (tracer)

3.2 Algorithme de tracé

Traiter l'exemple d'une fonction affine définie par morceaux.

4 Résolution graphique d'équations

Soient deux fonctions f et g définies sur un intervalle I, $k \in \mathbb{R}$

Cas particulier : Résolution de $f(x) = k$ sur I.
Déterminer sur un intervalle I les solutions de $f(x) = k$ revient à trouver tous les antécédents de k appartenant à I.

Méthode pour résoudre graphiquement $f(x) = k$:
Pour résoudre cette équation graphiquement, on trace la courbe représentative C_f de la fonction f, et la droite d d'équation $y = k$ (horizontale).
Les solutions de l'équation sont les abscisses des éventuels points d'intersection de C_f et d.

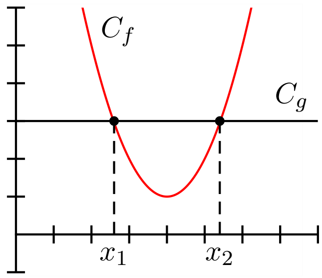
Exemple :

Résoudre graphiquement sur $\mathbb{R}$ l'équation

$$(x-4)^2 + 1 = 3$$

Soit $f : x \longmapsto (x-4)^2 + 1$ définie sur $\mathbb{R}$ et $k = 3$.

Donc $S = \{x_1 ; x_2\}$



Méthode pour résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$:
On trace sur I les courbes représentatives C_f et C_g respectivement des fonctions f et g.
Les solutions de l'équation sont alors les abscisses des éventuels points d'intersection de C_f et C_g.

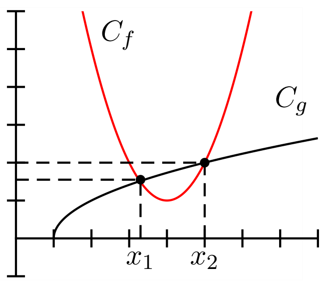
Exemple :

Résoudre graphiquement sur $[-1 ; +\infty[$ l'équation

$$(x-4)^2 + 1 = \sqrt{x+1}$$

Soient $f : x \to (x-4)^2 + 1$ définie sur $\mathbb{R}$ et $g : x \to \sqrt{x+1}$ définie sur $[-1 ; +\infty[$.

Donc $S = \{x_1 ; x_2\}$



Remarque : Évidemment la résolution graphique est plus rapide mais moins précise que la résolution algébrique.

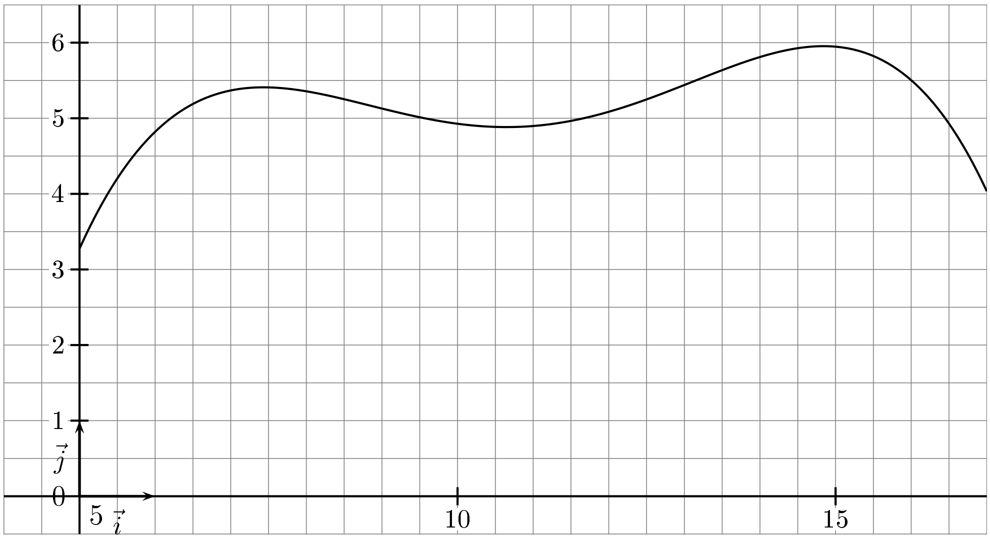
<u>Exercices du livre</u> : 17 à 20 p 85, 62-63 p 90

Les Annexes

Notion de fonction

Dans le langage courant, la notion de dépendance est souvent utilisée. Proposer des exemples.

Travail de l'élève : Le graphique ci-dessous donne le niveau de la mer en mètres dans le port de Narbonne de 5h du matin à 17h. Toutes les informations sont données par ce graphique.



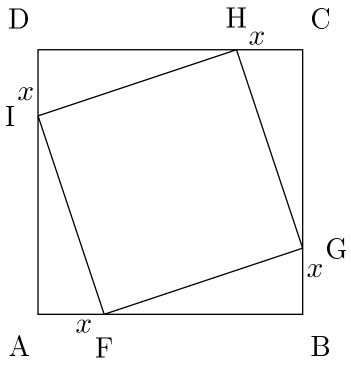
1. D'après ce graphique, sur quel période temporelle D peut-on lire la hauteur de la mer ?
2. Quel est le niveau de la mer à 13 h ? à 9 h 30 ? à 20 h ?
3. A quelle heure le niveau de la mer est de 5 m ? de 2 m ?
4. Compléter le tableau ci-dessous où h estla hauteur de la mer en mètres à l'instant t.

t	8		12		11	
h		5.5		5		3

Ce graphique donne la hauteur de la mer dans le port en fonction de l'heure, il permet de déterminer la hauteur h de la mer à un instant t donné. On note $h = f(t)$, h est fonction du temps t et on dit que f est une fonction. $f(t)$ est l'image de t pat f.

Travail de l'élève : On dispose d'une feuille de papier de format $A4$, et on veut fabriquer une boîte sans couvercle. Pour cela on découpe un carré identique dans chaque coin de la feuille et on replie la feuille.
Quel doit être la dimension du carré découpé pour que la boîte ait le plus grand volume possible ?

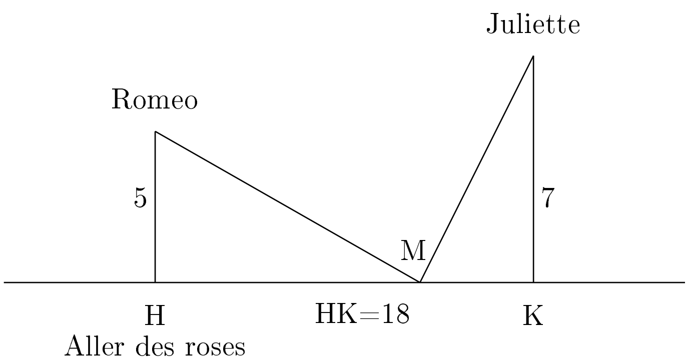
Travail de l'élève : On considère un carré $ABCD$ de côté 6. Les points F, G, H, et I se situent sur les segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$ de telles manières que $AF = BG = CH = DI = x$.
On utlisera le cm comme unité. Le but du problème est détudier la valeur minimale de l'aire du quadrilatère $FGHI$.



1. Quelles sont les valeurs possibles pour x ?
2. Calculer l'aire du quadrilatère $FGHI$ pour $x = 0$, $x = 2$ et $x = 6$.
3. Calculer l'aire $A(x)$ du quadrilatère $FGHI$ en fonction de x.
4. Compléter le tableau suivant :

x	0	1	2	3	4	5	6
$A(x)$							

Travail de l'élève : Roméo souhaite au plus vite offrir une fleur à sa Juliette. La situation est schématisée de la façon suivante :



Indiquez-lui l'endroit de l'allée où cueillir une rose lui permettant de parcourir le plus court chemin.

Exercices

Exercice 1.1. Soit la fonction

$$g: \begin{array}{rl} \mathbb{R} & \to \mathbb{R} \\ x & \mapsto x^2 - 3 \end{array}$$

Décrire l'algorithme correspondant à la fonction g.
Déterminer l'image de 3, puis celle de -1 par la fonction g.
Déterminer les antécédents éventuels de 6, de -3 et de -4 par la fonction g.

Exercice 1.2. On choisit un nombre x, on lui ajoute 4, on élève le résultat au carré, on retranche 16 et on divise le tout par le nombre de départ. Quelle est l'expression algébrique de l'image $f(x)$ de x ? Quelle est l'image de 4 ? de 0 ?

Exercice 1.3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^2 + x + 3$

1. Calculer l'image de 0, l'image de 1 et l'image de $\sqrt{2}$.
2. Déterminer le(s) antécédent(s) de 3 par f.

Exercice 1.4. Soit la fonction $florent$ définie sur $\mathbb{R}$ par $florent(x) = x^2 - \dfrac{6}{x}$.

1. Calculer $florent(-3)$, $florent(2)$ et $florent(-1)$.
2. Pourquoi l'image de 0 par $florent$ n'existe-t-elle pas ?

Exercice 1.5. Soit $Keelut$ une fonction affine et $Wanda$ une fonction linéaire.

1. Sachant que $Keelut(2) = 6$ et $Keelut(0) = 1$, déterminer l'expression de $Keelut(x)$.
2. Sachant que $Wanda(2) = 6$, déterminer l'expression de $Wanda(x)$.
3. Tracer les droites d_K et d_W représentant respectivement les fonctions $Keelut$ et $Wanda$.

Exercice 1.6. Soient les fonctions *David*, *Taupie* et *Loic* définie par $David(x) = 4x^2 - x + 3$, $Taupie(x) = \dfrac{x^2 - 2}{(x-1)(2x+3)}$ et $Loic(x) = \sqrt{5x - 9}$.

1. Déterminer les ensembles de définition de chacune des trois fonctions.
2. Déterminer l'image de -1 par *David*, de 0, de -2 par *Taupie* et de 2 par *Loic*.
3. Déterminer les antécédents de 3 par *David*, de 0 par *Taupie*, de 4 par *Loic*, puis de $\dfrac{47}{16}$ par *David*, de -5 par *Loic*.

Devoir Maison n°1

Exercice 2.1. (7 points)

1. Donner le plus petit ensemble de nombres dans lequel les nombres suivantes sont, en l'écrivant sous la forme la plus appropriée (on détaillera les calculs) :

$$-8\sqrt{49} \quad ; \quad \frac{3}{6}+\frac{13}{4}\times\frac{5}{26} \quad ; \quad \frac{12\times(3^2)^6}{9^4\times 14} \quad ; \quad \sqrt{75}+\sqrt{27}-\sqrt{3\times 2^6}$$

2. Donner s'il existe un exemple de nombre qui est :

(a) Entier naturel

(b) Décimal non entier

(c) Entier non décimal

(d) Rationnel non entier

(e) Rationnel non réel

(f) Irrationnel

Exercice 2.2. (5 points)
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes (on fera attention à la rédaction) :

$$(3x-8)(2x+1)=0 \quad ; \quad (3x-2)(2x+1)=x(6x-2) \quad ; \quad -\frac{6}{7}x+\frac{1}{7}=-\frac{3}{7} \quad ; \quad \frac{15x}{x+1}=0$$

Exercice 2.3. (3 points)
Factoriser les expressions suivantes :

$$A=(2x+1)^2-(2x+1) \quad ; \quad B=16x^2+24x+9 \quad ; \quad C=3(x-2)(2x+1)+(x-2)$$

Exercice 2.4. (6 points)
Exprimer y en fonction de x, en précisant quelles sont les valeurs de x pour lesquelles le calcul de y est impossible :

$$\frac{1}{x}+y=x \quad ; \quad 2x+3y-5=0 \quad ; \quad \frac{2}{\sqrt{x}}+\frac{y}{3}=0 \quad ; \quad xy=2$$

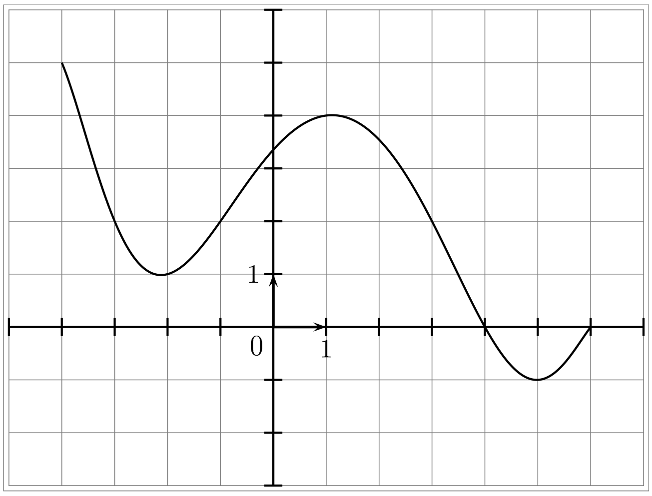
Exercice 2.5. (9 points) Soient les fonctions $f : x \mapsto \dfrac{3}{x-5}$, $g : x \mapsto \sqrt{x-5}$ et $h : x \mapsto x-5$.

1. Trouver l'ensemble de définition de chacune de ces trois fonctions.
2. Calculer l'image de 0, -6 et $\sqrt{2}$ pour chacune de ces trois fonctions quand c'est possible.
3. Trouver les éventuels antécédents de 0, -6 et $\sqrt{2}$ par chacune de ces trois fonctions.
4. Donner les algorithmes de calculs de chacune de ces trois fonctions.

Devoir Surveillé n°1

Exercice 2.1. (8 points)
On donne ci-contre la courbe représentative d'une fonction f pour répondre graphiquement aux questions suivantes.

1. Donner l'ensemble de définition de f
2. Déterminer l'image de 5 par la fonction f
3. Donner $f(-4)$
4. Déterminer s'ils existent, les antécédents de 2 par la fonction f.
5. Déterminer s'ils existent, les antécédents de -2 par la fonction f.
6. En laissant apparaître les traits de justification sur le graphique, résoudre :
   (a) l'équation $f(x) = 3.5$
   (b) l'inéquation $f(x) < 0$
7. Quel est le maximum de la fonction f sur $[-1; 3]$. Préciser quand il est atteint.



Exercice 2.2. (2 points) *Exercice à faire à la calculatrice, aucune explication n'est demandée*
Soient les fonctions $Norbert$ et $Simone$ définies sur l'intervalle $[-4; 3]$ par $Norbert(x) = x^2 - 2$ et $Simone(x) = -2x^2 - 2x + 3$.
Résoudre graphiquement :
- $Norbert(x) = Simone(x)$: $\mathcal{S} = \ldots\ldots\ldots\ldots$
- $Norbert(x) < Simone(x)$: $\mathcal{S} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

<u>Exercice</u> 2.3. (13 points) On se donne la fonction h définie par $h(x) = (3x-5)^2 - 16$

1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction h ?
2. Calculer l'image de 0 et de -1 par h.
3. Calculer la valeur exacte de $h(\sqrt{2})$ (calculs détaillés).
4. (a) Factoriser $h(x)$.
   (b) En déduire par le calcul les éventuels antécédents de 0 par h.
   (c) Pour quelles valeurs de x cette fonction est-elle positive ?
   On commencera par dresser le tableau de signe de la fonction h
   (d) Comment peut-on vérifier ces calculs avec une calculatrice graphique ?
5. Déterminer s'ils existent, les antécédents de -16 et de -25 par h.
6. (a) Montrer que, pour tout réel x, on a $h(x) = 9x^2 - 30x + 9$.
   (b) En déduire par le calcul les éventuels antécédents de 9 par h.

<u>Exercice</u> 2.4. (4 points) On se donne la fonction t défiie par $t(x) = \dfrac{3x}{4-4x}$.

1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction t ?
2. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous, en arrondissant au dixième si nécessaire.

x	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	0.8	0.9
$t(x)$								

x	1.1	1.2	1.5	2	2.5	3	3.5	4
$t(x)$								

3. Tracer avec soin la courbe représentative de la fonction t dans un repère orthonormé d'unité graphique 2 cm sur chaque axe.
4. Est-il vrai que le point de coordonnées $(0.2; 0.2)$ appartient à la courbe ? Justifier.

<u>Exercice</u> 2.5. (12 points)

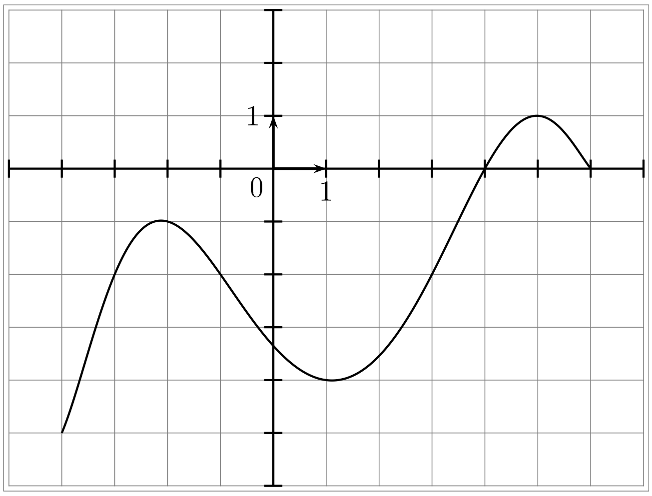
On se donne la fonction h définie par $h(x) = (3x-2)^2 - 16$

1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction h ?
2. Calculer l'image de 0 et de -1 par h.
3. Calculer la valeur exacte de $h(\sqrt{3})$ (calculs détaillés).
4. (a) Factoriser l'expression de $h(x)$
   (b) En déduire par le calcul les éventuels antécédents de 0 par h.
   (c) Pour quelles valeurs de x cette fonction est-elle positive ?
   On commencera par dresser le tableau de signe de la fonction h
   (d) Comment peut-on vérifier ces calculs avec une calculatrice graphique ?
5. Déterminer s'ils existent, les antécédents de -16 et de 25 par h.
6. (a) Montrer que, pour tout réel x, on a $f(x) = 9x^2 - 12x - 12$.
   (b) En déduire par le calcul les éventuels antécédents de -12 par h.

Devoir Surveillé n°4

Exercice 2.1. (8 points)
On donne ci-contre la courbe représentative d'une fonction f pour répondre graphiquement aux questions suivantes.

1. Donner l'ensemble de définition de f
2. Déterminer l'image de 5 par la fonction f
3. Donner $f(-4)$
4. Déterminer s'ils existent, les antécédents de -2 par la fonction f.
5. Déterminer s'ils existent, les antécédents de 2 par la fonction f.
6. En laissant apparaître les traits de justification sur le graphique, résoudre :
   (a) l'équation $f(x) = -3.5$
   (b) l'inéquation $f(x) > 0$
7. Quel est le minimum de la fonction f sur $[-1; 3]$. Préciser quand il est atteint.



Exercice 2.2. (2 points) *Exercice à faire à la calculatrice, aucune explication n'est demandée*
Soient les fonctions *Norbert* et *Simone* définies sur l'intervalle $[-4; 3]$ par

$$Norbert(x) = x^2 - 2 \quad \text{et} \quad Simone(x) = -2x^2 - 2x + 3$$

Résoudre graphiquement :
- $Norbert(x) = Simone(x)$: $\mathcal{S} = \ldots\ldots\ldots\ldots$
- $Norbert(x) > Simone(x)$: $\mathcal{S} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 2.3. (3 points)

1. Factoriser les expressions suivantes : $A = 16x^2 + 24x + 9$ et $B = 3(x-2)(2x+1) + (x-2)$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(4x+3)^2 = 1$ et $2x(x-2)(3x+2) = 0$.

Exercice 2.4. (7 points) Soient les fonctions $f : x \mapsto \dfrac{3}{x-5}$, $g : x \mapsto \sqrt{x-5}$ et $h : x \mapsto x - 5$.

1. Trouver l'ensemble de définition de chacune de ces trois fonctions.
2. Donner les algorithmes de calculs de chacune de ces trois fonctions.
3. Calculer l'image de -6 et $\sqrt{2}$ par la fonction h.
4. Trouver les éventuels antécédents de -6 et $\sqrt{2}$ par la fonction g.
5. Compléter le tableau de valeurs de f ci-dessous, en arrondissant au dixième si nécessaire.

x	2	3	3.5	4	4.5	4.8	5.2	5.5	6	6.5	7
$f(x)$											

6. Dans un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm sur les deux axes, tracer avec soin la courbe représentative de la fonction f.