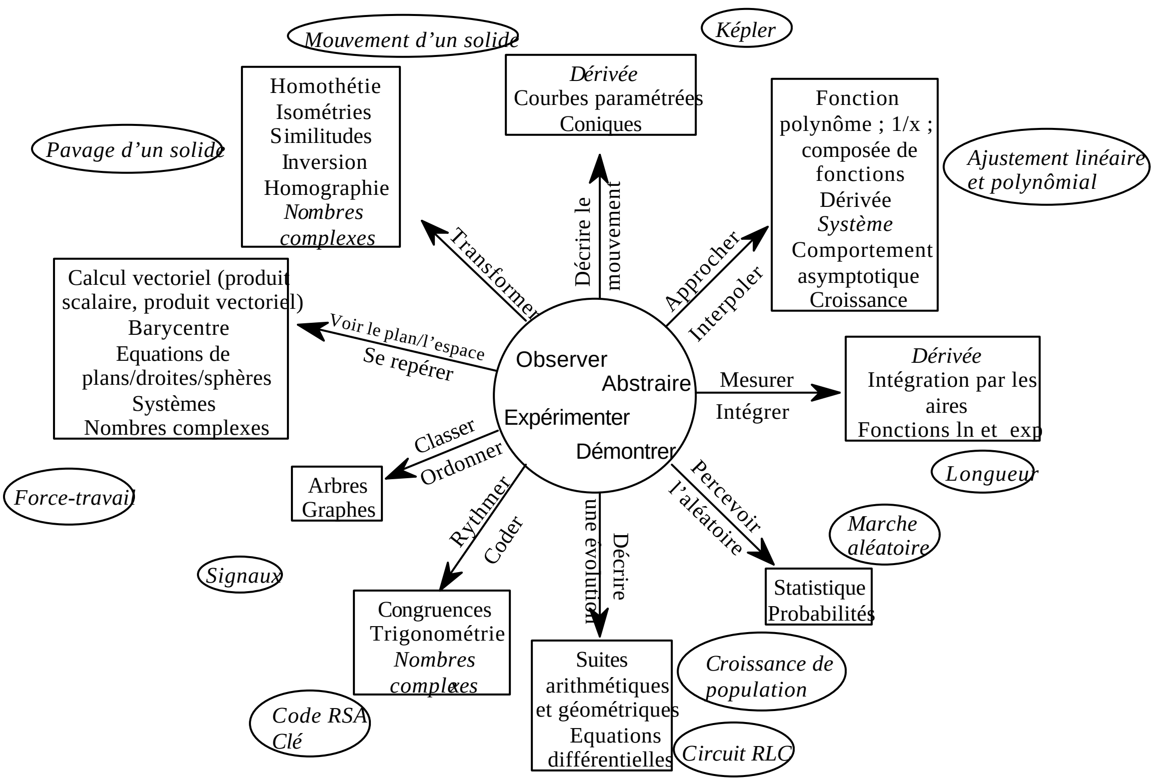
Classe de première S : programme de mathématiques

1-Généralités à propos d'une formation scientifique en première et en terminale S.

Pour concevoir un programme de mathématiques dans le cadre d'une formation scientifique pour les élèves de première et terminale S, il convient

- de prendre en compte la diversité des mathématiques actuelles,
- de rappeler les éléments fondamentaux propres à toute démarche mathématique et, de ce fait, incontournables dans tout projet de formation mathématique.

Le schéma suivant illustre ce propos ; il permet par ailleurs de situer les choix de contenus définis au paragraphe 5.



• Le noyau central du schéma résume en quatre composantes essentielles, la spécificité de toute pratique mathématique : observation, abstraction, expérimentation, démonstration. Ces quatre composantes entretiennent entre elles des rapports dialectiques : l'une appelant l'autre ou s'appuyant sur elle, au gré du travail mathématique réalisé.

Dans tous les domaines, l'**observation** est un processus dynamique suscité par une problématique propre à la discipline ; elle conduit à des questions et éclaire ainsi l'origine et le développement de certaines idées. L'observation ne peut être pratiquée sans disposer d'un bagage théorique ; elle est d'autant plus riche que les connaissances de l'observateur sont importantes et organisées en un système cohérent. L'observation active demande de l'expérience et concourt en retour à la forger.

L'**abstraction** est au cœur de l'activité mathématique et connaît plusieurs niveaux ; il importe que les élèves expérimentent la force et le pouvoir de chaque niveau qu'ils abordent. L'abstraction ouvre la possibilité d'évoluer dans de nouveaux mondes où des questions issues d'une réalité complexe peuvent être formulées simplement et admettent des réponses qui, en retour, rendent cette réalité plus intelligible et partiellement prévisible. Accéder à ces nouveaux mondes et y évoluer est difficile et demande du temps ; de plus, l'aisance à un certain niveau d'abstraction nécessite d'avoir entrevu et fait quelques pas à des niveaux supérieurs. Néanmoins, cela représente une aventure que l'on se doit de proposer à des adolescents et à laquelle ils peuvent trouver du plaisir. Un programme ne constitue pas en lui-même une méthode d'accès à divers niveaux d'abstraction ; c'est à l'enseignant qu'incombe la tâche de rendre possible les processus d'abstraction à partir des éléments du programme. Comme le précédent, le programme actuel repose sur une stratégie éducative où on va de la construction d'objets mentaux vers des concepts mathématiques. Pour tous les élèves, et en particulier ceux qui ne deviendront pas des professionnels des mathématiques cette construction des objets mentaux est capitale ; mais elle l'est aussi pour les futurs scientifiques, qu'elle munit des références préalables indispensables à toute présentation des théories qui unifient et généralisent.

L'**expérimentation** prend place à presque tous les niveaux de l'activité mathématique. Elle englobe toutes les procédures visant à traiter des cas particuliers d'une question trop difficile pour être abordée directement ; elle permet notamment :

- de trouver d'éventuels contre-exemples,
- de comprendre comment la question se résout dans des cas particuliers et en quoi les arguments valables se généralisent ou non,
- de faire des conjectures sur des questions voisines.

La **démonstration** est constitutive de l'activité mathématique et les élèves doivent en prendre conscience. Faire en sorte que les élèves puissent concevoir des démonstrations dans leur globalité, puis en détailler les différentes étapes a toujours été et reste un objectif essentiel de tout enseignement des mathématiques en France.

Le monde mathématique de chaque élève s'élabore en grande partie à travers une pratique permanente de calculs, d'argumentations, de petits raisonnements et de démonstrations. Le niveau de rigueur exigible pour une démonstration dépend de l'expérience de l'élève dans le domaine où cette démonstration se situe : ainsi, pour la géométrie, pratiquée depuis l'école primaire, on peut prétendre exiger dès la classe de seconde un niveau de démonstration académique ; en analyse, par contre, la plupart des objets manipulés ne sont pas définis formellement à ce niveau d'études, et les élèves ne peuvent pas aboutir à des démonstrations parfaitement achevées : la nature et le niveau des rédactions exigibles ne peuvent pas être les mêmes. Il conviendra donc, à ce niveau d'étude, en particulier en analyse, d'accepter des argumentations conçues et exposées à l'aide de schémas (même si les élèves ne peuvent pas à ce stade les traduire en un texte linéaire). On gardera néanmoins l'état d'esprit déjà évoqué dans les programmes de collège et de seconde : repérer clairement le statut des divers énoncés en jeu (définition, axiome, théorème démontré, théorème admis,…). La déduction usuelle (par implication ou équivalence) et la manipulation du contre-exemple ont été travaillées en seconde ; des problèmes bien choisis permettront d'aborder en première le raisonnement par contraposition, par l'absurde ou par disjonction des cas ; le raisonnement par récurrence relève de la classe de terminale.

La démonstration doit garder un caractère vivant et personnel et il convient d'éviter qu'elle n'apparaisse comme une activité relevant d'un protocole trop rigide. Chaque année, les assertions qui doivent être justifiées dans le cadre d'une pratique de la démonstration changent : il est difficile pour les élèves de cerner, parmi les éléments qui devaient être justifiés les années précédentes, ceux qui deviennent des évidences, pour lesquelles une justification ne ferait qu'alourdir la démonstration (ainsi, en première, on peut mettre dans le bagage des évidences que la fonction $x \mapsto x^2+1$ est à valeurs positives). C'est à l'enseignant de guider au coup par coup cette évolution délicate.

Apprendre à rédiger une démonstration constitue un élément important d'une formation scientifique. La rédaction est l'occasion de revenir sur un raisonnement, de le remodeler, de le rendre plus rigoureux et esthétique, de chercher les meilleures notations, de dégager les idées essentielles de l'aspect technique ; c'est ainsi que pour l'élève, des connaissances éparses se fondent en un ensemble cohérent de savoir, et que se développent des compétences mathématiques fines. Enfin, apprendre à rédiger, c'est aussi acquérir la maîtrise d'une forme particulière d'écriture, mêlant langue usuelle, signes et symboles spécifiques.

• Différentes actions sont indiquées sur des flèches ; ces actions doivent toutes s'entendre dans le champ des mathématiques (ainsi, percevoir l'aléatoire, c'est trouver les bons concepts menant aux théorèmes permettant de rendre l'aléatoire intelligible et partiellement prévisible) ; la connaissance des actions que l'on développe peut faciliter le travail interdisciplinaire ainsi que la communication, tant aux élèves qu'aux familles, de ce qu'est le travail mathématique.

• Les pavés du schéma sont des listes de contenus qui ont semblé aujourd'hui incontournables dans le cadre d'une formation scientifique au niveau du lycée. Néanmoins, quel que soit l'horaire imparti aux mathématiques, il y aura toujours plus de contenus jugés indispensables que ne peut en comporter un programme. L'élaboration d'un programme implique donc des choix : choix guidés par l'équilibre à rechercher entre poids des nouveautés, continuité à assurer avec les anciens programmes et faisabilité pour une classe d'âge donnée. D'autres choix seront faits dans le futur ; le schéma ci-dessus pourrait contribuer à les préparer et constituer de ce fait un guide possible pour la formation permanente des enseignants.

• Des thèmes et sujets d'études, inscrits dans des ellipses, gravitent dans la partie la plus extérieure du schéma ; ils sont de natures très différentes. Certains indiquent des liens avec d'autres disciplines, où des concepts de mathématiques sont, soit essentiels à l'élaboration d'une théorie, soit appliqués avec une grande efficacité. D'autres sujets renvoient à des domaines d'activité mathématique actuellement foisonnants. Ces sujets et thèmes veulent inciter à aborder les mathématiques en partant de questions et problèmes riches (qu'ils soient issus des mathématiques ou non, qu'ils puissent ou non être entièrement résolus) ; ces exemples indiquent aussi qu'une formation scientifique doit munir l'élève de connaissances suffisamment étoffées pour qu'il puisse aborder des questions d'actualité (dans le cadre des travaux personnels encadrés notamment).

Le schéma ci-dessus suggère une conception de l'enseignement des mathématiques plus orientée par des problématiques et des grandes activités que par des contenus. Cependant, mettre en œuvre une telle conception nécessite aussi de décliner des contenus (un "programme" au sens usuel du terme) : c'est l'objet du tableau du paragraphe 5.

2- Mathématiques et informatique en première et terminale S.

Liens entre mathématiques et informatique

On peut distinguer trois aspects du lien entre mathématiques et informatique.

• Les progrès de l'informatique sont étroitement liés à la fois à ceux de la technologie et à ceux des mathématiques. L'informatique fait ainsi largement appel à des domaines des mathématiques et, par les problématiques qu'elle suscite, elle contribue fortement à leur développement : il en est ainsi notamment des mathématiques discrètes. Les nouveaux programmes ne développent pas en priorité les domaines mathématiques les plus liés à l'informatique ; un tel choix doit se faire à l'issue d'un large débat dont la commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques créée en 1999 a été saisie.

• Certaines notions informatiques élémentaires (boucle, test, récursivité, tri, cheminement dans des graphes, opérations sur des types logiques) font partie du champ des mathématiques et pourraient être objets d'enseignement dans cette discipline. Compte tenu de l'horaire imparti et des débats en cours, il n'est proposé ici aucun chapitre d'informatique. Néanmoins, l'élève devra mettre en œuvre notamment sur sa calculatrice, les notions de boucle et test.

- L'utilisation de logiciels requiert des connaissances et des compétences mathématiques que cette utilisation contribue en retour à développer : tant sur le calcul algébrique, sur les fonctions que sur la géométrie. Le programme insiste pour que cet aspect du lien entre mathématique et informatique soit travaillé à tous les niveaux ; il ne s'agit pas d'apprendre à devenir expert dans l'utilisation de tel ou tel logiciel, mais de connaître la nature des questions susceptibles d'être illustrées ou résolues grâce à l'ordinateur ou la calculatrice et de savoir comment analyser les réponses fournies ; l'élève doit apprendre à situer et intégrer l'usage des outils informatiques dans une démarche proprement mathématique.

Apports des outils logiciels

L'évolution des outils disponibles pour faire des mathématiques s'est toujours accompagnée d'une évolution des approches et des pratiques. L'informatique change qualitativement et quantitativement les possibilités de calculs exacts (calcul formel) ou approchés, permet des approches nouvelles de problèmes classiques et ouvre le champ à de nouveaux problèmes ; il est nécessaire de revisiter l'enseignement des mathématiques à la lumière des immenses possibilités offertes (logiciels de géométrie, de calcul formel, tableur, traceur, ...) ; l'usage éclairé d'outils informatiques est donc recommandé dans chaque chapitre du programme.

Il est à noter aussi que l'informatique, sanctionnant immédiatement et visiblement les fautes de syntaxe, contribue à former à l'esprit de rigueur, notamment dans la manipulation des objets traités (nombres, variables, figures géométriques).

Modalités de mise en œuvre

Le programme ne fixe pas de répartition entre différentes modalités qui doivent toutes être présentes : activités des élèves sur ordinateur ou sur calculatrices programmables graphiques, travail de la classe entière (ou d'un groupe) utilisant un ordinateur muni d'un dispositif de visualisation collective. Il convient en ce domaine que les professeurs déterminent en chaque circonstance la stratégie d'utilisation la plus adaptée.

3- Épistémologie et histoire des mathématiques.

Les élèves doivent prendre conscience du fait que les mathématiques sont une discipline vivante, fruit du labeur et du génie de nombreux individus : connaître au moins le nom de quelques-uns d'entre eux et la période à laquelle ils ont vécu fait partie intégrante du bagage culturel de tout élève ayant une formation scientifique.

La plupart des idées ont mis longtemps à émerger : le savoir permettra aux élèves de mieux accepter l'importance du temps qu'il devra passer pour se les approprier.

En lien avec le programme, on pourra par exemple privilégier :

- le travail d'un ensemble de textes historiques liés à un même thème (par exemple la notion de fonction, ou d'équations, de dérivée, ou de loi de probabilité, etc.) permettant de voir la nature des questions à l'origine de certains concepts et le langage dans lequel des questions ont été formulées et abordées ;
- une chronologie sur laquelle on repère l'évolution de concepts.

Liberté est laissée au professeur pour l'intégration de cette composante historique et épistémologique ; il conviendra de privilégier la qualité sur la quantité ; de plus, il n'y a pas lieu d'être systématique, l'histoire d'une notion n'aidant pas toujours l'élève à se l'approprier (il arrive même que l'oubli de l'origine de certaines questions soit un prix à payer pour avancer en sciences).

4. Organisation de l'enseignement et du travail des élèves.

Chaque professeur garde toute liberté pour l'organisation de son enseignement, dans le respect des contenus et modalités de mise en œuvre précisés dans les tableaux du paragraphe 5. Bien que modestes, ces contenus représentent un saut qualitatif dans le cursus mathématique des lycéens : ce saut est inhérent au choix d'une section scientifique à l'issue d'une seconde de détermination ; l'enseignant aidera chacun de ses élèves à le réaliser.

L'enseignant veillera à équilibrer les divers temps de l'activité mathématique dans sa classe ; recherche de problèmes, résolution d'exercices, mise en forme de démonstration, exposé magistral, synthèse,… rythmeront les heures de classe et viseront tous à promouvoir chez chaque élève l'acquisition de la démarche mathématique décrite au paragraphe 1. A cet égard, les travaux proposés en dehors du temps d'enseignement, à la maison ou au lycée, jouent un rôle primordial ; ils ont des fonctions diversifiées* :

- la résolution d'exercices d'entraînement, combinés avec l'étude du cours, permet aux élèves d'affermir leurs connaissances de base et d'évaluer leur capacité à les mettre en œuvre sur des exemples simples ;
- l'étude de situations plus complexes sous forme de préparation d'activités en classe ou de problème à résoudre et à rédiger alimente le travail de recherche, individuel ou en équipe, et permet aux élèves d'évaluer leur capacité à mobiliser leurs connaissances dans des secteurs variés ;
- les travaux individuels de rédaction (solution d'un problème, mise au point d'exercices étudiés en classe, rapport de synthèse sur un thème d'étude, analyse critique d'un texte,…) visent essentiellement à développer les capacités de mise au point d'un raisonnement et d'expression écrite ; vu l'importance de ces objectifs, ces travaux de rédaction doivent être fréquents mais leur longueur doit rester raisonnable ;
- les devoirs de contrôle, peu nombreux, combinent des exercices d'application directe du cours (voire des questions de cours), des problèmes plus synthétiques, comportant des questions enchaînées de difficulté progressive et permettant aux élèves de vérifier leurs résultats, et des problèmes plus ouverts (susceptibles d'amener l'élève à choisir un modèle mathématique approprié, à émettre une conjecture, à expérimenter à travers des exemples ou des contre-exemples, à construire un raisonnement) ;
- l'exploitation de documents, individuelle ou en équipe, contribue au développement des capacités d'expression écrite (rédaction d'un rapport) ou orale (mise au point d'un exposé).

Il est à noter que les travaux personnels encadrés (TPE) permettent aussi de faire étudier des situations complexes et d'entraîner les élèves à mener un travail long jusqu'à son terme.

5- Les contenus du programme de première S

Un programme se doit de répondre aux spécifications de formation fournies par l'institution d'une part (représentée en particulier par le Conseil National des Programmes) et dans une certaine mesure et de façon peut-être moins explicite, par la communauté scientifique.

Les spécifications notifiées par le Conseil National des Programmes en janvier 1999 étaient d'introduire de la statistique en première et terminale S et d'utiliser les possibilités offertes par l'informatique. La prise en compte de cette demande, des attentes exprimées lors de la phase préparatoire à la rédaction de ce programme et, comme indiqué plus haut, la recherche d'un équilibre entre le poids des nouveautés, la continuité à assurer avec les anciens programmes et la faisabilité pour une classe d'âge donnée ont conduit aux choix de contenus présentés dans les tableaux ci-après.

* Les phrases suivantes sont pour la plupart extraites du programme précédent de S (arrêté du 15 mai 1997)

Ces tableaux comportent trois colonnes : la première indique les contenus à traiter ; la seconde fixe, lorsque cela est utile, des modalités de mise en œuvre, notamment informatiques ; la troisième explicite le sens ou les limites de certaines questions.

Les contenus sont à introduire et à développer dans l'esprit des paragraphes précédents : on les fera donc fonctionner en situation (recherche et étude de conjectures, résolution de problèmes, argumentation, raisonnement, démonstration). On privilégiera le traitement de problèmes permettant d'aborder plusieurs concepts en même temps. L'ordre adopté ici par commodité pour présenter les divers paragraphes des chapitres ne doit pas être opposé aux liens intimes qui unissent ces paragraphes et que l'organisation du cours permettra de mettre en évidence : aucun ordre n'est imposé et les contenus peuvent être réorganisés suivant d'autres chapitres.

Aucun titre relatif au calcul algébrique ne figure ici. Mais celui-ci doit être largement présent dans différentes parties du programme.

Désormais, la statistique est étudiée en section S : aussi nous développons quelques éléments sur cet enseignement (la longueur du commentaire n'est pas proportionnelle au temps à consacrer à ce sujet).

L'usage de la statistique dans de nombreux domaines ne relève pas d'une mode passagère mais de la diffusion d'une culture et d'un mode de pensée anciens, diffusion rendue possible par les progrès simultanés de la théorie mathématique et de la technologie informatique. Chaque domaine d'application a une pratique spécifique de la statistique, fondée sur une problématique propre, le type d'expériences réalisables, la nature et les propriétés des données à traiter, les techniques de calcul mises en œuvre (on parle ainsi de statistique médicale, de statistique industrielle, de statistique financière, de physique statistique, etc.).

En classe de seconde, les élèves ont acquis une expérience de l'aléatoire en pratiquant eux-mêmes des expériences de référence (lancers de dés, de pièces) et en simulant d'autres expériences à l'aide de listes de chiffres au hasard produites par une calculatrice ou un ordinateur. La simulation joue un rôle important : en permettant d'observer des phénomènes variés, elle amène les élèves à enrichir considérablement leur expérience de l'aléatoire et favorise l'émergence d'un mode de pensée propre à la statistique ; elle rend de plus nécessaire la mise en place de fondements théoriques.

Une partie du programme des classes de première et de terminale S concerne la modélisation d'expériences de référence, modélisation permettant d'expliquer des résultats observés ou d'en prévoir d'autres. En première, on approfondira la notion de simulation d'une expérience, qui consiste à choisir un modèle et à le simuler ; la simulation permet d'une part d'avoir des estimations de résultats impossibles à calculer explicitement et d'autre part, par la comparaison de telles estimations avec des résultats expérimentaux, de valider le modèle choisi.

La statistique descriptive a une part modeste dans la section S ; en particulier, on n'aborde pas les problèmes de recueil des données qui varient considérablement d'un domaine à l'autre ; ces questions font l'objet d'enseignements spécifiques dans les études qu'un élève de S est susceptible d'entreprendre ultérieurement.

Géométrie

Les notions de géométrie sont présentées par ordre de sophistication croissante : d'abord les figures considérées en elles-mêmes, puis la géométrie analytique ordinaire, suivie par l'approche vectorielle et enfin les transformations. Mais cette succession ne s'impose pas pour l'enseignement. Qui plus est, le choix d'une méthode appropriée à chaque problème fait partie de l'apprentissage de la géométrie.

Le repérage polaire dans le plan et le repérage cartésien dans l'espace offrent de nouvelles perspectives à la perception et à la description de certains objets.

L'étude de configurations du plan et de l'espace est une partie importante du programme : étude statique à l'aide du calcul vectoriel ou de la géométrie analytique, étude dynamique à l'aide des transformations.

Enfin la géométrie élémentaire est une école de pensée : on veillera à allier observations (à l'aide de logiciels de géométrie dynamique notamment) et mise en évidence des démarches et des propriétés des objets étudiés permettant de confirmer ou d'infirmer ces observations ; on prendra soin aussi de construire des îlot déductifs consistants et d'aborder divers types de raisonnements formateurs; on incitera à la réflexion sur différents niveaux d'explicitation d'une démonstration.

L'usage des logiciels de géométrie oblige à bien repérer ce qu'on choisit de démontrer : faire un tel choix et l'expliciter est un élément important d'une formation scientifique.

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Sections planes Sections planes d'un cube, d'un tétraèdre.	Pour aborder ces problèmes, les élèves pourront s'aider de manipulations de solides et d'un logiciel de géométrie.	On utilisera les règles d'incidence vues en classe de 2^{nde} pour justifier les constructions des différentes sections planes possibles. Ce travail, en consolidant la perception de l'espace, facilitera l'introduction du repérage cartésien.
Repérage Repérage polaire dans le plan et trigonométrie ; mesures des angles orientés, mesure principale, relation de Chasles, lignes trigonométriques des angles associés.	Repérage d'abord d'un point du cercle trigonométrique, à l'aide d'un réel défini à un multiple près de 2π ; lien entre repérage polaire et repérage cartésien.	C'est en "enroulant $\mathbb{R}$" sur le cercle trigonométrique que les élèves ont construit en 2^{nde} les représentations graphiques des fonctions sinus et cosinus ; une première approche du radian et des angles orientés a alors été réalisée, s'appuyant sur la proportionnalité entre mesure de l'angle au centre et longueur de l'arc intercepté. On gardera ici cette vision dynamique de l'enroulement.
Repérage cartésien dans l'espace. Distance entre deux points en repère orthonormal.	En particulier, équation de quelques objets de l'espace : plans parallèles aux plans de coordonnées ; sphère centrée à l'origine, cône de sommet l'origine et cylindre, chacun ayant pour axe un axe du repère.	Il s'agit ici de rendre familiers quelques objets usuels.

Géométrie vectorielle Calcul vectoriel dans l'espace. Barycentre de quelques points pondérés dans le plan et l'espace. Associativité du barycentre. Produit scalaire dans le plan ; définition, propriétés. Applications du produit scalaire : projeté orthogonal d'un vecteur sur un axe ; calculs de longueurs.	On étendra à l'espace les opérations sur les vecteurs du plan. On introduira la notion de vecteurs coplanaires. On utilisera la notion de barycentre pour établir des alignements de points, des points de concours de droites. Propriétés de bilinéarité, de symétrie et expression analytique dans un repère orthonormal. Équation d'une droite à l'aide d'un vecteur normal, équation d'un cercle défini par son centre et son rayon ou par son diamètre. Calculs d'angles, de longueurs et d'aires sur des figures planes en liaison avec le produit scalaire ; on établira et utilisera la formule dite d'Al Kashi, le théorème de la médiane et les formules d'addition et de duplication pour les fonctions cosinus et sinus.	La notion de barycentre, utile en physique et en statistique, illustre l'efficacité du calcul vectoriel. On évitera toute technicité. On n'étendra pas le produit scalaire à l'espace. On pourra faire le lien avec le travail d'une force. Pour certains exercices, il pourra être utile de disposer des formules reliant les sinus des angles, les côtés et l'aire d'un triangle.
Transformations Translations et homothéties dans le plan et l'espace : définitions ; image d'un couple de points ; effet sur l'alignement, le barycentre, les angles orientés, les longueurs, les aires et les volumes ; image d'une figure (segment, droite, cercle).	Toutes les transformations connues seront utilisées dans l'étude des configurations, pour la détermination de lieux géométriques et dans la recherche de problèmes de construction, en particulier au travers des logiciels de géométrie.	Les transformations planes abordées en collège (translation, symétrie axiale, rotation) n'ont pas à faire l'objet d'un chapitre particulier.
Lieux géométriques dans le plan.	Les logiciels de géométrie dynamique seront utilisés pour visualiser certains lieux. On choisira quelques exemples mettant en évidence la diversité des méthodes de recherche (propriétés des configurations, vecteurs, produit scalaire, transformations, géométrie analytique). On veillera à traiter des cas nécessitant de démontrer une double inclusion.	La problématique des lieux géométriques sera présente dans tous les paragraphes de géométrie. Elle ne fera pas l'objet d'un chapitre indépendant. Il s'agit de ne pas s'en tenir à une simple observation mais de mobiliser les connaissances pour établir mathématiquement diverses caractéristiques géométriques. On s'appuiera, le cas échéant, sur le caractère bijectif des transformations ou sur une démarche d'analyse-synthèse.

Analyse

Le programme d'analyse élargit l'ensemble des fonctions que l'on peut manipuler et ouvre la voie à l'étude de certaines de leurs propriétés, nécessaires à la résolution de problèmes. L'acquisition du concept de dérivée est un point fondamental du programme de première ; il est conseillé de l'aborder rapidement : les fonctions étudiées au lycée sont toutes régulières ; on se contentera donc d'une approche intuitive des limites finies en un point à travers la notion de dérivée. Pour les autres types de limites (limite infinie, limite à l'infini), on gardera de même une vision intuitive.
Par contre, un travail plus approfondi est proposé sur la notion de limite d'une suite, plus facile à aborder que celle de limite d'une fonction en un point : l'objectif est ambitieux, il convient cependant de rester raisonnable dans sa mise en œuvre et de privilégier les raisonnements à support graphique.

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Généralités sur les fonctions Opérations sur les fonctions: $u+v$, λu, uv, $\frac{u}{v}$, $u \circ v$. Définition d'une fonction polynôme et de son degré.	On partira des fonctions étudiées en classe de 2nde. Sur des exemples et selon le problème traité, on proposera plusieurs écritures d'une même fonction trinôme, d'une même fonction homographique.	Les transformations d'écritures s'effectueront à l'occasion des différentes activités de ce chapitre (dérivation, recherche d'asymptotes, résolution d'équations). On remarquera que certaines familles de fonctions sont stables par certaines opérations, pas par d'autres.
Sens de variation et représentation graphique d'une fonction de la forme $u+\lambda$, λu, la fonction u étant connue. Sens de variation de $u \circ v$, u et v étant monotones.	On travaillera, à l'aide de grapheurs, sur des familles de courbes représentatives de fonctions associées à deux fonctions données u et v : $u+\lambda$, λu, $u+v$, $\lvert u \rvert$, $x \mapsto u(\lambda x)$ et $x \mapsto u(x+\lambda)$.	On remarquera à l'aide de contre-exemples qu'on ne peut pas énoncer de règle donnant dans tous les cas le sens de variation de $u+v$ ou de $u\,v$. On justifiera les symétries observées sur les représentations graphiques.
Résolution de l'équation du second degré. Etude du signe d'un trinôme.	On aboutira ici aux formules usuelles donnant les racines et la forme factorisée d'un trinôme du second degré.	On fera le lien entre les résultats et l'observation des représentations graphiques obtenues à l'aide d'un grapheur.
Dérivation Approche cinématique ou graphique du concept de nombre dérivé d'une fonction en un point.	Plusieurs démarches sont possibles : passage de la vitesse moyenne à la vitesse instantanée pour des mouvements rectilignes suivant des lois horaires élémentaires (trinôme du second degré dans un premier temps); zooms successifs sur une représentation graphique obtenue à l'écran de la calculatrice.	On ne donnera pas de définition formelle de la notion de limite. Le vocabulaire et la notation relatifs aux limites seront introduits sur des exemples puis utilisés de façon intuitive.
Nombre dérivé d'une fonction en un point : définition comme limite de $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ quand h tend vers 0. Fonction dérivée.		Dans les cas usuels, la limite de $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ s'obtient, après transformation d'écriture, en invoquant des arguments très proches de l'intuition. On ne soulèvera aucune difficulté à leur propos et on admettra

Tangente à la courbe représentative d'une fonction f dérivable ; approximation affine associée de la fonction. Dérivée des fonctions usuelles : $x \mapsto x^n$, $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \cos x$ et $x \mapsto \sin x$. Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient et de $x \mapsto f(ax+b)$. Lien entre signe de la dérivée et variations.	On construira point par point un ou deux exemples d'approximation de courbe intégrale définie par : $y' = f(t)$ et $y(t_0) = y_0$ en utilisant l'approximation $\Delta f \approx f'(a)\,\Delta t$. On justifiera le résultat donnant la dérivée de $u\,v$ et $\frac{1}{u}$. On étudiera, sur quelques exemples, le sens de variation de fonctions polynômes de degré 2 ou 3, de fonctions homographiques ou de fonctions rationnelles très simples. On introduira les notions et le vocabulaire usuels (extremum, majorant, minorant) et, de l'étude du sens de variations, on déduira des encadrements d'une fonction sur un intervalle.	tous les résultats utiles. La notion de développement limité à l'ordre 1 n'est pas au programme. On pourra cependant évoquer le caractère optimal de l'approximation affine liée à la dérivée. On pourra observer sur grapheur ou tableur l'erreur commise dans le cas où on connaît une expression de la fonction y. On pourra admettre les dérivées des fonctions sinus et cosinus. On justifiera que la dérivée d'une fonction monotone sur un intervalle est de signe constant ; on admettra la réciproque. L'étude de fonctions ne sera pas présentée comme une fin en soi, mais interviendra lors de la résolution de problèmes.
Comportement asymptotique de certaines fonctions Asymptotes verticales, horizontales ou obliques.	On étudiera, sur des exemples très simples (fonctions polynômes de degré 2 ou 3, fonctions rationnelles du type $x \mapsto ax+b+h(x)$ avec h tendant vers 0 en $+\infty$ ou $-\infty$), les limites aux bornes de l'intervalle de définition et les asymptotes éventuelles.	On s'appuiera sur l'intuition ; les résultats usuels sur les sommes et produits de limites apparaîtront à travers des exemples et seront ensuite énoncés clairement.
Suites Modes de générations d'une suite numérique. Suite croissante, suite décroissante. Suites arithmétiques et suites géométriques.	Etude de l'évolution de phénomènes discrets amenant à une relation de récurrence. Calcul des termes d'une suite sur calculatrice ou tableur ; observation des vitesses de croissance (resp. de décroissance) pour des suites arithmétiques et des suites géométriques. Comparaison des valeurs des premiers termes des suites $(1 + t)^n$ et $1 + nt$ pour différentes valeurs de t (en lien avec la notion de dérivée). On pourra étudier numériquement, sur ordinateur ou calculatrice, le temps de doublement d'un capital placé à	On veillera à faire réaliser sur calculatrice des programmes où interviennent boucle et test.

Notion intuitive de limite infinie perçue à partir d'exemples. Définition de la convergence d'une suite, utilisation de cette définition. Limite d'une suite géométrique.	taux d'intérêt constant, la période de désintégration d'une substance radioactive, etc. On utilisera au choix une des définitions suivantes pour la convergence d'une suite vers a : *Tout intervalle ouvert contenant a contient tous les termes de la suite sauf un nombre fini d'entre eux.* *Tout intervalle ouvert contenant a contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang.* Démonstration du théorème "des gendarmes" ; les théorèmes sur la somme, le produit et le quotient de suites convergentes seront pour la plupart admis. On pourra mettre la définition en œuvre pour étudier une limite (exemple : suite (w_n) définie par $w_n=\max(u_n,v_n)$) ou pour montrer l'unicité de la limite. On montrera avec des exemples la variété de comportement de suites convergeant vers une même limite.	 Le travail demandé ici à propos de la définition de la convergence est de nature épistémologique ; il sera présenté aux élèves comme tel et pourra permettre d'amorcer une réflexion, poursuivie en Terminale, sur la nature des mathématiques. Toute définition en ε et N est exclue. On indiquera clairement qu'une fois la définition posée et les théorèmes établis, il est en général plus facile d'avoir recours aux théorèmes (ils sont là pour ça) plutôt qu'à la définition, sauf pour les contre-exemples. La définition d'une limite infinie pourra être abordée ou non.

Probabilité et statistique

La partie du programme consacrée aux probabilités et à la statistique est centrée :

- sur la mise en place d'éléments de base indispensables pour comprendre ou pratiquer la statistique partout où elle est présente,
- sur l'acquisition de concepts de probabilité permettant de comprendre et d'expliquer certains faits simples observés expérimentalement ou par simulation.

Le programme de la classe de première introduit quelques outils descriptifs nouveaux :

- les diagrammes en boîtes qui permettent d'appréhender aisément certaines caractéristiques des répartitions des caractères étudiés et qui complètent la panoplie des outils graphiques les plus classiquement utilisés.
- deux mesures de dispersion : l'écart-type et l'intervalle interquartile.

Ces éléments de statistique pourront notamment être travaillés pour des séries construites à partir de séries simulées ; on rencontre ainsi des répartitions variées et on prépare la notion d'estimateur. Cette partie descriptive ne doit pas faire l'objet de longs développements numériques, ni être déconnectée du reste du programme de probabilité et statistique.

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Statistique Variance et écart-type. Diagramme en boîte ; intervalle inter-quartile. Influence sur l'écart-type et l'intervalle inter-quartile d'une transformation affine des données.	On cherchera des résumés pertinents et on commentera les diagrammes en boîtes de quantités numériques associées à des séries simulées ou non . On observera l'influence des valeurs extrêmes d'une série sur l'écart-type ainsi que la fluctuation de l'écart-type entre séries de même taille. L'usage d'un tableur ou d'une calculatrice permettent d'observer dynamiquement et en temps réel, les effets des modifications des données.	L'objectif est de résumer une série par un couple (mesure de tendance centrale ; mesure de dispersion). Deux choix usuels sont couramment proposés : le couple (médiane ; intervalle interquartile), robuste par rapport aux valeurs extrêmes de la série, et le couple (moyenne ; écart-type). On démontrera que la moyenne est le réel qui minimise $\sum (x_i - x)^2$, alors qu'elle ne minimise pas $\sum \lvert x_i - x \rvert$. On notera s l'écart-type d'une série, plutôt que σ, réservé à l'écart-type d'une loi de probabilité.
Probabilités Définition d'une loi de probabilité sur un ensemble fini. Espérance, variance, écart-type d'une loi de probabilité. Probabilité d'un événement, de la réunion et de l'intersection d'événements. Cas de l'équiprobabilité. Variable aléatoire, loi d'une variable aléatoire, espérance, variance, écart-type. Modélisation d'expériences aléatoires de référence (lancers d'un ou plusieurs dés ou pièces discernables ou non, tirage au hasard dans une urne, choix de chiffres au hasard, etc.).	Le lien entre loi de probabilité et distributions de fréquences sera éclairé par un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres. On expliquera ainsi la convergence des moyennes vers l'espérance et des variances empiriques vers les variances théoriques ; on illustrera ceci par des simulations dans des cas simples. On pourra aussi illustrer cette loi avec les diagrammes en boîtes obtenus en simulant par exemple 100 sondages de taille n, pour n = 10 ; 100 ; 1000. On simulera des lois de probabilités simples obtenues comme images d'une loi équirépartie par une variable aléatoire (sondage, somme des faces de deux dés, etc).	On pourra par exemple choisir comme énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres la proposition suivante : *Pour une expérience donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité P, les distributions des fréquences calculées sur des séries de taille n se rapprochent de P quand n devient grand.* On indiquera que simuler une expérience consiste à simuler un modèle de cette expérience. La modélisation avec des lois ne découlant pas d'une loi équirépartie est hors programme. On évitera le calcul systématique et sans but précis de l'espérance et de la variance de lois de probabilité.