Exercice 1. ROC : Démontrer les propriétés du cours suivantes (4 points)

On suppose connue la relation de Chasles pour les angles de vecteurs.

Corollaire 1. Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ on a :

1. $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = -(\overrightarrow{v}, \overrightarrow{u})(2\pi)$
2. $(-\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) + \pi(2\pi)$

Démonstration :

1. D'après la relation de Chasles on a :

$$(\vec{u}, \vec{v}) + (\vec{v}, \vec{u}) = (\vec{u}, \vec{u})(2\pi)$$

Or $(\vec{u}, \vec{u})(2\pi) = 0(2\pi)$ d'où : $(\vec{u}, \vec{v}) + (\vec{v}, \vec{u}) = 0(2\pi)$, et finalement :

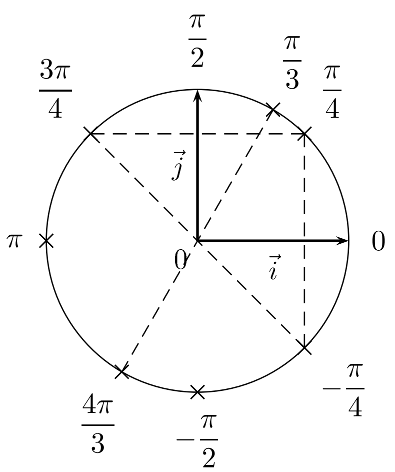
$$(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = -(\overrightarrow{v}, \overrightarrow{u})(2\pi)$$

2. D'après la relation de Chasles on a :

$$(-\vec{u}, \vec{v}) + (\vec{v}, \vec{u}) = (-\vec{u}, \vec{u})(2\pi)$$

Or $(-\vec{u}, \vec{u})(2\pi) = \pi(2\pi)$ d'où : $(-\vec{u}, \vec{v}) + (\vec{v}, \vec{u}) = \pi(2\pi)$, et finalement : $(-\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) + \pi(2\pi)$

Exercice 2. (2 points)



Exercice 3. (1 points)

$$135° = \frac{135}{180}\pi \text{ rad } = \frac{3}{4}\pi \text{ rad} \qquad \text{et} \qquad \frac{19\pi}{60} \text{ rad } = 57°$$

Exercice 4. (2 points)

$$\frac{15\pi}{3} \equiv \pi\,[2\pi] \qquad ; \qquad -\frac{13\pi}{4} \equiv \frac{3\pi}{4}\,[2\pi]$$

Correction Interrogation n°7

Exercice 1. ROC : Démontrer les propriétés du cours suivantes (4 points)

On suppose connue la relation de Chasles pour les angles de vecteurs.

Corollaire 2. Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et pour tout $k \neq 0$ on a :

1. $(k\overrightarrow{u}, k\overrightarrow{v}) = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})(2\pi)$
2. $(-\overrightarrow{u}, -\overrightarrow{v}) = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})(2\pi)$

Démonstration :

1. En utilisant deux fois la relation de Chasles on a :

$$(k\vec{u}, k\vec{v}) = (k\vec{u}, \vec{u}) + (\vec{u}, \vec{v}) + (\vec{v}; k\vec{v})(2\pi)$$

Cas 1 : $k > 0$
Dans ce cas, les vecteurs $k\vec{u}$ et $\vec{u}$ ont le même sens et donc : $(k\vec{u}, \vec{u}) = 0(2\pi)$. De même $(\vec{v}; k\vec{v}) = 0(2/pi)$, et donc :

$$(k\vec{u}, k\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v})(2\pi)$$

Cas 2 : $k < 0$
Dans ce cas, les vecteurs $k\vec{u}$ et $\vec{u}$ n'ont pas le même sens et donc : $(k\vec{u}, \vec{u}) = \pi(2\pi)$. De même $(\vec{v}; k\vec{v}) = \pi(2/pi)$, et donc :

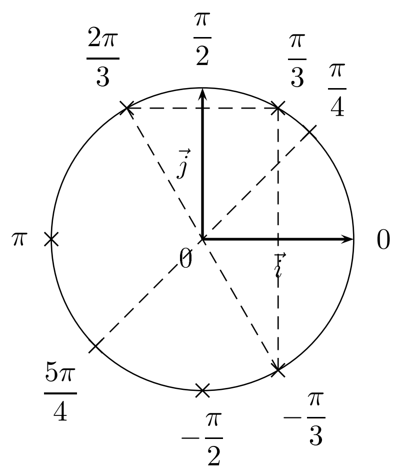
$$(k\vec{u}, k\vec{v}) = 2\pi + (\vec{u}, \vec{v})(2\pi)$$

ce qui donne :

$$(k\vec{u}, k\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v})(2\pi)$$

2. On applique la propriété précédente pour $k = -1$

Exercice 2. (2 points)



Exercice 3. (1 points)

$$125° = \frac{125}{180}\pi \text{ rad } = \frac{25}{36}\pi \text{ rad} \qquad \text{et} \qquad \frac{17\pi}{90} \text{ rad } = 34°$$

Exercice 4. (2 points)

$$\frac{12\pi}{4} \equiv \pi\,[2\pi] \qquad ; \qquad -\frac{16\pi}{3} \equiv \frac{2\pi}{3}\,[2\pi]$$