

Devoir Surveillé 7 : Probabilités

Exercice 1.

(4 points)

Arthur possède quatre escargots de compétition spécialement nourris et entraînés pour la course de vitesse.

- | | |
|---------------------------|-----------------------------|
| – Dossard n°1 : Pouf Pouf | – Dossard n°3 : Miaou Miaou |
| – Dossard n°2 : Ouaf Ouaf | – Dossard n°4 : Cui Cui |

On sait que, pour toute course, ces escargots ont des probabilités de l'emporter telles que :

$$P(1) = P(2) \quad ; \quad P(2) = 3P(3) \quad ; \quad P(3) = \frac{4}{3}P(4)$$

1. Quelle est la probabilité que Pouf Pouf remporte une course ?
2. Aujourd'hui, Arthur organise 5 courses entre ces 4 escargots. Quelle est la probabilité que :
 - (a) Pouf Pouf les remporte toutes ?
 - (b) Pouf Pouf n'en remporte aucune ?
 - (c) Pouf Pouf en remporte au moins une ?

Exercice 2.

(9 points)

Une urne U_1 contient trois boules noires et sept boules blanches.

Une urne U_2 contient cinq boules noires et cinq boules blanches.

On choisit une urne au hasard et on tire successivement deux boules, avec remise, dans l'urne choisie.

1. Faire un arbre illustrant cette expérience aléatoire.
2. En déduire le cardinal de l'univers.
3. Soient les événements suivants :
 - A = « Obtenir deux boules blanches sachant que l'urne U_1 a été choisie »
 - B = « Obtenir deux boules de mêmes couleurs »
 - C = « Obtenir au moins une boule blanche »
 Calculer $P(A)$ et $P(B)$.
4. Décrire l'événement \bar{C} et calculer $P(\bar{C})$.
En déduire de $P(C)$.
5. Décrire l'événement $B \cap C$ et en déduire $P(B \cap C)$.
6. Décrire l'événement $B \cup C$ et déduire de la question précédente $P(B \cup C)$.
Auriez-vous pu trouver ce résultat sans calcul supplémentaire ? Expliquer.

Exercice 3.

(7 points)

Chacun des mots de la phrase

« Rien ne sert de courir il faut partir à point »

est inscrit sur un carton, puis placé dans un chapeau par une tortue.

L'expérience consiste pour le lièvre à tirer au hasard un carton de cette urne.

Si le mot inscrit sur le carton contient exactement une voyelle, le lièvre reçoit 10 carottes de la tortue.

Si le mot inscrit sur le carton contient exactement deux voyelles, il donne 20 carottes à la tortue.

Si le mot inscrit sur le carton contient exactement trois voyelles, il reçoit 20 carottes de la tortue.

On désigne par X la variable aléatoire qui, à chaque tirage de carton, associe le « gain » en carottes du lièvre.

1. Déterminer les valeurs possibles pour X .
2. Déterminer la loi de probabilité de X .
3. Déterminer l'espérance mathématique et l'écart type de cette loi.
4. Pour qui ce jeu est il le plus avantageux ?
5. En changeant uniquement le gain pour les mots contenant 3 voyelles, rendre le jeu équitable.
6. Le jeu est il devenu plus ou moins risqué qu'auparavant ?