

Devoir Surveillé 5 : Limites

2 points sont réservés à la rédaction

Exercice 1.

(3 points)

Rappeler les résultats suivants :

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x}$

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x}$

4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x}$

5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} ax + b$ où $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$

Exercice 2.

(2 points)

Déterminer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^3 + 2x^2 - 4x + 2)$

2. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{3x}{2-x} \right)$

Exercice 3.

(7 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$ par $f(x) = \frac{(x-2)(2x^2 - x - 3)}{x^2 - 3x + 2}$.

On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative.

1. Etudier la limite de f en 2.

2. La droite d'équation $x = 2$ est-elle une asymptote verticale à la courbe \mathcal{C}_f ?

3. Etudier la limite de f en $+\infty$.

Préciser, s'il y a lieu l'équation de l'asymptote horizontale à la courbe \mathcal{C}_f en $+\infty$.

4. Montrer que la droite d'équation $x = 1$ est asymptote verticale à la courbe \mathcal{C}_f .

Exercice 4.

(6 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{2x^3 - 5x^2 + 5x - 5}{x^2 + 1}$.

On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative.

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$ on a $f(x) = 2x - 5 + \frac{3x}{x^2 + 1}$

3. Montrer que la droite Δ d'équation $y = 2x - 5$ est asymptote à la courbe représentative \mathcal{C}_f de la fonction f en $-\infty$

4. Déterminer la position relative de \mathcal{C}_f et Δ en $-\infty$