

DEVOIR SURVEILLÉ 4 : TRIGONOMÉTRIE

ROC :

(1 point)

Faire un schéma codé de la figure géométrique utilisée dans la démonstration des valeurs remarquables des sinus, cosinus et tangente de l'angle $\frac{\pi}{4}$.

Exercice 1. *Angles orientés de vecteurs et Relation de Chasles*

(5 points)

1. ABC est un triangle équilatéral tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3}$. (Faire un schéma)

Donner la mesure principale de chacun des angles orientés :

(a) $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$

(b) $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC})$

(c) $(5\overrightarrow{BC}, -2\overrightarrow{BA})$

2. ABCDE est une ligne brisée telle que : $AB = 4$; $BC = 3$; $CD = 2$; $DE = 2$

et $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = -\frac{5\pi}{6}$; $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}) = -\frac{\pi}{2}$; $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DE}) = \frac{\pi}{3}$

(a) Calculer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DE})$

(b) En déduire $k \in \mathbb{R}$ tel que $\overrightarrow{DE} = k\overrightarrow{AB}$

Exercice 2. *Trigonométrie*

(5 points)

1. Simplifier l'expression suivante : $A = \sin(2009\pi + x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

2. On donne $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$. En déduire la valeur exacte des sinus et cosinus de $\frac{3\pi}{5}$.

3. Résoudre les équations et inéquations suivantes sur les intervalles I précisés :

(a) $\sqrt{2}\cos(x) - 1 = 0$ sur $I = [0; 2\pi]$

(b) $\sqrt{2}\cos(x) - 1 \geq 0$ sur $I = [-\pi; \pi]$

Exercice 3. *Coordonnées polaires*

(2 points)

Dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, placer avec le plus de précision possible le point $A(-2\sqrt{3}, -2)$.
On calculera un couple de coordonnées polaires de A et on utilisera les deux sortes de coordonnées.

Exercice 4. *Repérage polaire*

(7 points)

M est un point de coordonnées polaires $\left(2; -\frac{\pi}{6}\right)$ et N son image par la rotation de centre O d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1. Calculer les coordonnées cartésiennes de M .

2. (a) Donner les coordonnées polaires du point N .

(b) En déduire les coordonnées cartésiennes de N .

3. (a) Calculer les coordonnées cartésiennes du point I , milieu de $[MN]$

(b) Quelle est la nature du triangle MON ?

(c) Déduire de a) et b) les coordonnées polaires du point I .

4. Donner alors la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$