

DEVOIR SURVEILLÉ 2 BIS : LES BARYCENTRES

Exercice 1. ROC : Prouver le résultat suivant :

3 points

Soit α et β deux réels tels que $\alpha + \beta \neq 0$. On a :

$$G \text{ barycentre de } (A, \alpha) \text{ et } (B, \beta) \iff \overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \overrightarrow{AB}$$

Exercice 2.

5 points

1. Soit un triangle ABC quelconque. Construire le barycentre de $(A, 2)$, $(B, -2)$, $(C, 1)$.
2. Le plan étant muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les points $A(2; 7)$ et $B(3; 3)$ (inutile de faire une figure). Calculer les coordonnées de :
 - G_1 milieu de $[AB]$
 - G_2 barycentre de $(A, -1)$ et $(B, 3)$
 - G_3 isobarycentre de O , A et B

Exercice 3.

4 points

$ABCD$ est un tétraèdre et G est le barycentre de $\{(A, 250); (B, 250); (C, 250), (D, 1000)\}$

H est le centre de gravité du triangle ABC .

1. Démontrer que G , H et D sont alignés
2. Situer le point G sur la droite (DH) par une égalité vectorielle.

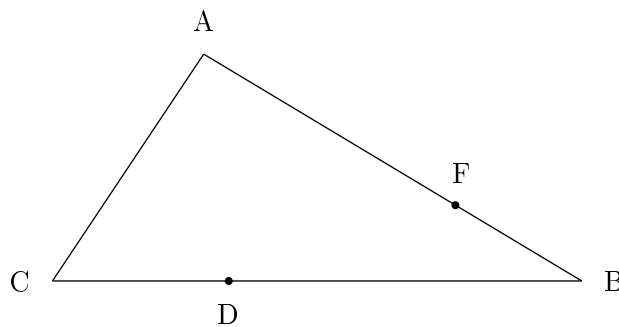
Exercice 4.

8 points

Soient A , B et C trois points non alignés. On définit les points suivants :

$$E \text{ tel que } \overrightarrow{CE} = \frac{1}{5} \overrightarrow{CA}, \text{ et } F \text{ tel que } \overrightarrow{BF} = \frac{1}{3} \overrightarrow{BA}$$

D barycentre de $(B, 2)$ et $(C, 4)$, et G barycentre de $(A, 1)$, $(B, 2)$, et $(C, 4)$



1. *Le but de cette partie est de placer E sur la figure ci-dessous sans avoir à partager $[AC]$ en 5 parties égales.*
 - (a) Démontrer que E est le barycentre de $(A, 1)$ et $(C, 4)$.
 - (b) Démontrer que F le barycentre de A et B avec des coefficients que l'on précisera.
 - (c) Démontrer que les droites (AD) , (CF) et (BE) sont concourantes en G .
 - (d) Placer alors E précisément sur la figure ci-dessus.
2. *Le but de cette partie est de dessiner un lieu géométrique.*
 - (a) Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\|$
 - (b) Représenter cet ensemble sur la figure ci-dessus.

TOUTES LES RÉPONSES DEVRONT ÊTRE JUSTIFIÉES ET RÉDIGÉES !