Devoir Surveillé 2 : Les barycentres

Exercice 1. ROC : Prouver le résultat suivant : **2 points**

Soit G le barycentre de $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$ et H le barycentre de $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$. Alors :

$$G = bar\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\} \iff G = bar\{(H,\alpha+\beta);(C,\gamma)\}$$

Exercice 2. **3 points**

$ABCD$ est un tétraèdre et G est le barycentre de $\{(A,1);(B,1);(C,1),(D,4)\}$
H est le centre de gravité du triangle ABC.

1. Démontrer que $G = bar\{(H,3);(D,4)\}$.
2. Situer le point G sur la droite (DH) par une égalité vectorielle.

Exercice 3. **4 points**

Dans un triangle ABC, I est le milieu de $[AB]$ et G est le barycentre de $\{(A,2000);(B,2000);(C,3000)\}$

1. Démontrer que G, C et I sont alignés.
2. Dans un repère du plan, on donne les coordonnées suivantes : $A(1;0)$, $B(-1;2)$ et $C(4;-3)$.
   Calculer les coordonnées de I puis celles de G.

Exercice 4. **4 points**

ABCD est un carré.

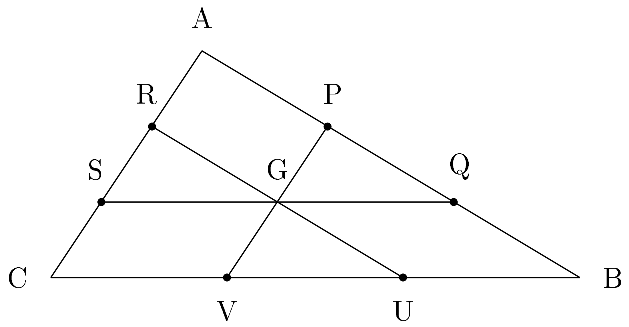
1. Décrire l'ensemble $\mathcal{E}$ des points M du plan tels que : $\| 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \| = AB$
2. Représenter cet ensemble pour un carré de côté 4 cm.

Exercice 5. **7 points**

ABC est un triangle de centre de gravité G. On définit les points P, Q, R, S, U et V par :

$\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AR} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BU} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BV} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$, $Q = bar\{(A,1);(B,2)\}$, $S = bar\{(A,1);(C,2)\}$

Le but de cette exercice est de montrer que les droites (PV), (SQ) et (RU) sont concourantes.



1. Démontrer par des égalités vectorielles que G est le milieu de $[QS]$.
2. Démontrer que $P = bar\{(A,2);(B,1)\}$
3. Démontrer que V est le barycentre de B et C avec des coefficients que l'on précisera.
4. En déduire que G est le milieu de $[PV]$ par associativité du barycentre.
5. On démontre de même que R est le barycentre de $(A;\ldots\ldots)$ et $(C;\ldots\ldots)$ puis que U est le barycentre de $(B;\ldots\ldots)$ et $(C;\ldots\ldots)$ avec des coefficients que l'on précisera puis que G est .... ***(inutile de refaire les démonstrations)***
6. Conclure.

Toutes les réponses devront être justifiées et rédigées !