Interrogation n°2

Exercice 1. Les fonctions f et g sont définies par : $f(x)=\dfrac{5}{x-1}$ et $g(x)=\dfrac{4x-1}{x+1}$

1. $D_f=\mathbb{R}\setminus\{1\}$, $D_g=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ et $D_{f+g}=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$,

   car on ne divise pas par 0 et que f et g doivent être définies pour définir $f+g$.
2. $(f+g)(x)=\dfrac{5}{x-1}+\dfrac{4x-1}{x+1}=\dfrac{5(x+1)+(4x-1)(x-1)}{(x-1)(x+1)}=\dfrac{4x^2+6}{x^2-1}$
3. $D_{\frac{f}{g}}=\mathbb{R}\setminus\left\{-1;\dfrac{1}{4};1\right\}$, car f et g doivent être définies pour définir $\dfrac{f}{g}$ et de plus $g(x)$ doit être différent de 0.

Exercice 2.

- $D_f=\mathbb{R}$ et $D_g=]-\infty;2]$
- $D_{f\circ g}=]-\infty;2]$ car peu importe les valeurs que prend $g(x)$ sur D_g, la fonction f étant définie sur $\mathbb{R}$, ces valeurs auront toujours une image par f.
- $D_{g\circ f}=]-\infty;-\frac{1}{2}]$. En effet, on peut prendre n'importe quel x au départ mais ensuite on doit avoir $f(x)\leq 2 \iff 2x+3\leq 2 \iff x\leq -\frac{1}{2}$
- $f\circ g(x)=2\sqrt{2-x}+3$
- $g\circ f(x)=\sqrt{2-(2x+3)}=\sqrt{-2x-1}$

Exercice 3. La fonction carré et la fonction valeur absolue sont toutes deux décroissante sur $\mathbb{R}^-$. Ainsi, la fonction $x\longmapsto x^2+|x|$ est aussi décroissante sur $]-\infty;0]$.

Correction de l'Interrogation n°2

Exercice 1. Les fonctions f et g sont définies par : $f(x)=\dfrac{5}{x+1}$ et $g(x)=\dfrac{4x+1}{x-1}$

1. $D_f=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, $D_g=\mathbb{R}\setminus\{1\}$ et $D_{f+g}=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$, car on ne divise pas par 0 et que f et g doivent être définies pour définir $f+g$.
2. $(f+g)(x)=\dfrac{5}{x+1}+\dfrac{4x+1}{x-1}=\dfrac{5(x-1)+(4x+1)(x+1)}{(x+1)(x-1)}=\dfrac{4x^2+9x-4}{x^2-1}$
3. $D_{\frac{f}{g}}=\mathbb{R}\setminus\left\{-1;-\dfrac{1}{4};1\right\}$, car f et g doivent être définies pour définir $\dfrac{f}{g}$ et de plus $g(x)$ doit être différent de 0.

Exercice 2.

- $D_f=]-\infty;3]$ et $D_g=\mathbb{R}$
- $D_{f\circ g}=]-\infty;\frac{1}{3}]$. En effet, on peut prendre n'importe quel x au départ mais ensuite on doit avoir $g(x)\leq 3 \iff 3x+2\leq 3 \iff x\leq \frac{1}{3}$
- $D_{g\circ f}=]-\infty;3]$ car peu importe les valeurs que prend $f(x)$ sur D_f, la fonction g étant définie sur $\mathbb{R}$, ces valeurs auront toujours une image par g.
- $f\circ g(x)=\sqrt{3-(3x+2)}=\sqrt{-3x+1}$
- $g\circ f(x)=3\sqrt{3-x}+2$

Exercice 3. La fonction inverse est décroissante sur $\mathbb{R}^+$, donc la fonction $x\longmapsto -\dfrac{1}{x}$ est croissante sur $\mathbb{R}^+$. De plus, la fonction $x\longmapsto x$ est croissante sur R^+. Ainsi, la fonction $x\longmapsto x-\dfrac{1}{x}$ est croissante sur $[0;+\infty[$.