Correction Interrogation n°1

Exercice 1. On considère la fonction f définie par : $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$

1. La fonction f est définie si et seulement si $4 - x^2 \geq 0 \iff 4 \geq x^2 \iff -2 \leq x \leq 2$.

   Donc $D_f = [-2; 2]$

2. L'ensemble D_f est symétrique par rapport à 0.
   De plus pour tout $x \in D_f$ on a $f(-x) = -x\sqrt{4-(-x)^2} = -x\sqrt{4-x^2} = -f(x)$.

   Donc f est impaire.

3. Sa courbe représentative dans un repère orthonormal est donc symétrique par rapport à l'origine.
4. $[f(x)]^2 = x^2(4-x^2) = 4x^2 - x^4$
   De plus $4 - \left(x^2-2\right)^2 = 4 - \left(x^4 - 4x^2 + 4\right) = -x^4 + 4x^2 = [f(x)]^2$.
5. Pour tout $x \in D_f$ on a $[f(x)]^2 = 4 - \left(x^2-2\right)^2$.
   Or pour tout x, $\left(x^2-2\right)^2 \geq 0$ donc $[f(x)]^2 \leq 4$ pour tout $x \in D_f$.
   Ce qui équivaut à $-2 \leq f(x) \leq 2$ pour tout $x \in D_f$.

   La fonction f est donc majorée par 2.

   De plus $\left(x^2-2\right)^2 = 0 \iff x^2 - 2 = 0 \iff x = \sqrt{2}$ ou $x = -\sqrt{2}$.
   On a donc que f atteint son minimum et son maximum pour ces valeurs de $x \in D_f$. En particulier, $f(\sqrt{2}) = 2$.

   f admet un maximum $M = 2$ en $x = \sqrt{2}$.

Correction Interrogation n°1

Exercice 1. On considère la fonction f définie par : $f(x) = x\sqrt{6-x^2}$

1. La fonction f est définie si et seulement si $6 - x^2 \geq 0 \iff 6 \geq x^2 \iff -\sqrt{6} \leq x \leq \sqrt{6}$.

   Donc $D_f = [-2; 2]$

2. L'ensemble D_f est symétrique par rapport à 0.
   De plus pour tout $x \in D_f$ on a $f(-x) = -x\sqrt{6-(-x)^2} = -x\sqrt{6-x^2} = -f(x)$.

   Donc f est impaire.

3. Sa courbe représentative dans un repère orthonormal est donc symétrique par rapport à l'origine.
4. $[f(x)]^2 = x^2(6-x^2) = 6x^2 - x^4$
   De plus $9 - \left(x^2-3\right)^2 = 9 - \left(x^4 - 6x^2 + 9\right) = -x^4 + 6x^2 = [f(x)]^2$.
5. Pour tout $x \in D_f$ on a $[f(x)]^2 = 9 - \left(x^2-3\right)^2$.
   Or pour tout x, $\left(x^2-3\right)^2 \geq 0$ donc $[f(x)]^2 \leq 9$ pour tout $x \in D_f$.
   Ce qui équivaut à $-3 \leq f(x) \leq 3$ pour tout $x \in D_f$.

   La fonction f est donc majorée par 3.

   De plus $\left(x^2-3\right)^2 = 0 \iff x^2 - 3 = 0 \iff x = \sqrt{3}$ ou $x = -\sqrt{3}$.
   On a donc que f atteint son minimum et son maximum pour ces valeurs de $x \in D_f$. En particulier, $f(\sqrt{3}) = 3$.

   f admet un maximum $M = 3$ en $x = \sqrt{3}$.