Nom : . . . . **Prénom :** . . . . Classe :. . . . . .

Correction de l'interrogation n°11

Exercice 1. Rappeler les résultats suivants :

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$
2. $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$
3. $\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{1}{x} = +\infty$
4. $\lim\limits_{x\to0^-} \dfrac{1}{x} = -\infty$
5. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x} = 0$
6. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{x}0$
7. $\lim\limits_{x\to+\infty} ax+b = +\infty$ si $a>0$, $-\infty$ si $a<0$ et b si $a=0$
8. $\lim\limits_{x\to0} \sqrt{x} = 0$

Exercice 2. Déterminer les limites suivantes (on justifiera en décomposant les fonctions) :

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{1}{x}+x+3\right) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x} + \lim\limits_{x\to+\infty} x+3 = 0+\infty = +\infty$
2. $\lim\limits_{x\to2^+} \left(\dfrac{3}{x-2}+5x+7\right)$?

   On a : $\lim\limits_{x\to2^+} x-2 = 0^+$, or $\lim\limits_{X\to0^+} \dfrac{1}{X} = +\infty$ donc $\lim\limits_{x\to2^+} \dfrac{3}{x-2} = +\infty$

   De plus $\lim\limits_{x\to2^+} 5x+7 = 10+7 = 17$, et au final $\lim\limits_{x\to2^+} \left(\dfrac{3}{x-2}+5x+7\right) = +\infty$
3. $\lim\limits_{x\to-\infty} (2x^3+2x^2-4x+3)$?

   $$2x^3+2x^2-4x+3 = x^3\left(2+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}+\frac{3}{x^3}\right)$$

   Comme $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2}{x} = 0$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} -\dfrac{4}{x^2} = 0$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3}{x^3} = 0$

   On obtient : $\lim\limits_{x\to-\infty} 2+\dfrac{2}{x}-\dfrac{4}{x^2}+\dfrac{3}{x^3} = 2$, or $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$, par conséquent :

   $$\lim_{x\to-\infty} (2x^3+2x^2-4x+3) = -\infty$$

4. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^3+x^2+x+1}{x^4+1}$?

   $$\frac{x^3-x^2+x+1}{x^4+1} = \frac{x^3(1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3})}{x^4(1+\frac{1}{x^4})} = \frac{1}{x}\,\frac{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}}{1+\frac{1}{x^4}}$$

   Comme $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x} = 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x^2} = 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x^3} = 0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x^4} = 0$

   On obtient : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}}{1+\frac{1}{x^4}} = 1$, or : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x} = 0$

   Par conséquent :

   $$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^3+x^2+x+1}{x^4+1} = 0$$

Nom : .... **Prénom :** .... Classe :......

CORRECTION DE L'INTERROGATION N°11

Exercice 1. Rappeler les résultats suivants :

1. $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2 = +\infty$
2. $\lim\limits_{x\to+\infty} x^3 = +\infty$
3. $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{1}{x} = -\infty$
4. $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1}{x} = +\infty$
5. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{x} = 0$
6. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x}0$
7. $\lim\limits_{x\to-\infty} ax+b = -\infty$ si $a > 0$, $+\infty$ si $a < 0$ et b si $a = 0$
8. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x} = +\infty$

Exercice 2. Déterminer les limites suivantes (on justifiera en décomposant les fonctions) :

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{1}{x} - x + 3\right) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x} + \lim\limits_{x\to+\infty} -x+3 = 0 - \infty = -\infty$
2. $\lim\limits_{x\to 2^+} \left(-\dfrac{3}{x-2} - 5x + 7\right)$?
   On a : $\lim\limits_{x\to 2^+} x-2 = 0^+$, or $\lim\limits_{X\to 0^+} \dfrac{1}{X} = +\infty$ donc $\lim\limits_{x\to 2^+} -\dfrac{3}{x-2} = -\infty$
   De plus $\lim\limits_{x\to 2^+} -5x+7 = -10+7 = -3$, et au final $\lim\limits_{x\to 2^+} \left(-\dfrac{3}{x-2} - 5x + 7\right) = -\infty$
3. $\lim\limits_{x\to-\infty} (2x^3 + 7x^2 - 15x + 3)$?
$$2x^3 + 7x^2 - 15x + 3 = x^3\left(2 + \frac{7}{x} - \frac{15}{x^2} + \frac{3}{x^3}\right)$$
   Comme $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{7}{x} = 0$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} -\dfrac{15}{x^2} = 0$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3}{x^3} = 0$
   On obtient : $\lim\limits_{x\to-\infty} 2 + \dfrac{7}{x} - \dfrac{15}{x^2} + \dfrac{3}{x^3} = 2$, or $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$, par conséquent :
$$\lim_{x\to-\infty} (2x^3 + 7x^2 - 15x + 3) = -\infty$$
4. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^3 - x^2 + x + 1}{x^4 + 1}$?
$$\frac{x^3 - x^2 + x + 1}{x^4+1} = \frac{x^3(1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3})}{x^4(1 + \frac{1}{x^4})} = \frac{1}{x}\frac{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}}{1 + \frac{1}{x^4}}$$
   Comme $\lim\limits_{x\to+\infty} -\dfrac{1}{x} = 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x^2} = 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x^3} = 0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x^4} = 0$
   On obtient : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}}{1 + \frac{1}{x^4}} = 1$, or : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x} = 0$
   Par conséquent :
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^3 - x^2 + x + 1}{x^4+1} = 0$$