Devoir Surveillé 5 : Dérivations

Exercice 1. ROC : **3 points**

1. Considérons la fonction $f : x \longmapsto \sqrt{x}$ pour $x \in \mathbb{R}^+$, montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}^{+*}$ on a $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
2. Montrer que la fonction f n'est pas dérivable en 0 (elle est pourtant définie pour $x = 0$!)

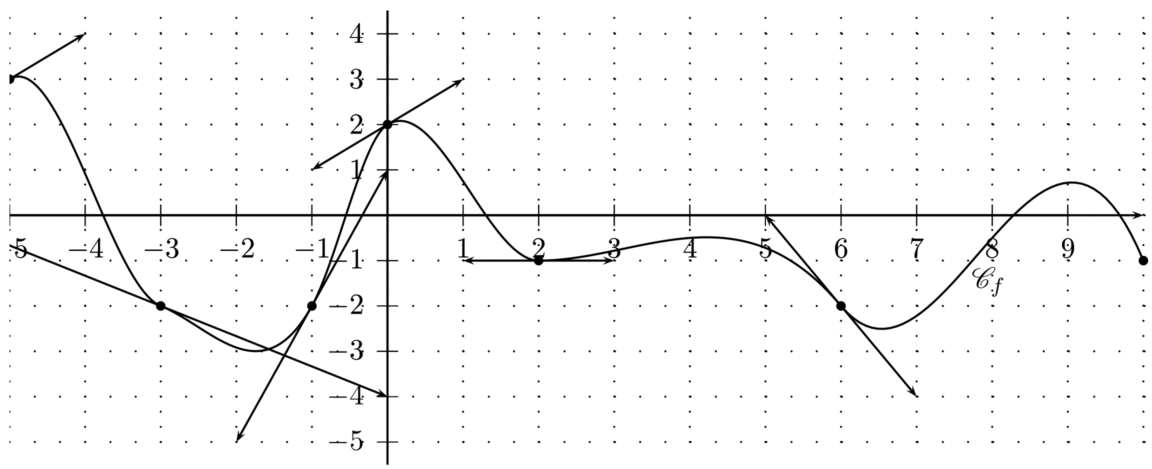
Exercice 2. Lecture Graphique **3 points**

La représentation graphique $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f est donnée ci-dessous. En chacun des points indiqués, $\mathscr{C}_f$ admet une tangente qui est tracée ci-dessous.

1. Lisez, en vous servant du quadrillage, les nombres dérivés :

$$f'(-5) \qquad f'(-3) \qquad f'(-1) \qquad f'(0) \qquad f'(2) \qquad f'(6)$$

2. Le graphique ne permet pas la lecture de $f'(4)$, préciser néanmoins son signe (expliquer)



Exercice 3. Etude d'une fonction polynôme de degré 3 **7 points**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$. $\mathscr{C}_f$ est sa représentation graphique.

1. Etudier les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
2. Déterminer la dérivée f' de la fonction f
3. Dresser le tableau de variation de la fonction f
4. Déterminer les éventuels extremum locaux
5. Déterminer une équation de la tangente T à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0
6. Tracer T et $\mathscr{C}_f$, dans un même repère
7. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[-1; 0]$
   A l'aide de votre calculatrice, déterminer α à 10^{-1} près.

Exercice 4. Etude d'une fonction homographique **4 points**

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R} - \frac{1}{2}$ par :

$$g(x) = \frac{x^2 - 3}{2x - 1}$$

1. Etudier les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$, puis en $\frac{1}{2}^+$ et en $\frac{1}{2}^-$.
2. Déterminer la dérivée g' de la fonction g
3. Etudier le signe de g'
4. Dresser le tableau de variation de la fonction g

Exercice 5. **3 points**

Soient f et g deux fonctions dérivables sur l'intervalle $I = [0; 2]$ telles que : $f(0) = g(0)$ et $f' \leq g'$ sur I
Démontrer que $f \leq g$ sur I [1]

1. On pourra étudier les variations de $g - f$