

## DEVOIR SURVEILLÉ 2 : LES BARYCENTRES

**Exercice 1. ROC : Prouver le résultat suivant :**

**3 points**

Soit  $G$  le barycentre de  $\{(A, \alpha); (B, \beta); (C, \gamma)\}$  et  $H$  le barycentre de  $\{(A, \alpha); (B, \beta)\}$  alors :

$$G = \text{bar}\{(A, \alpha); (B, \beta); (C, \gamma)\} \iff G = \text{bar}\{(H, \alpha + \beta); (C, \gamma)\}$$

**Exercice 2.**

**4 points**

$ABCD$  est un carré

1. Quel est l'ensemble  $\mathcal{E}$  des points  $M$  du plan tels que :

$$\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = AB$$

2. Représenter cet ensemble.

**Exercice 3.**

**2 points**

Dans un triangle  $ABC$ ,  $I$  est le milieu de  $[AB]$  et  $G$  est le barycentre de  $\{(A, 2000); (B, 2000); (C, 3000)\}$   
Démontrer que  $G$ ,  $C$  et  $I$  sont alignés

**Exercice 4.**

**4 points**

$ABCD$  est un tétraèdre et  $G$  est le barycentre de  $\{(A, 1); (B, 1); (C, 1), (D, 4)\}$   
 $H$  est le centre de gravité du triangle  $ABC$

1. Démontrer que  $G = \text{bar}\{(H, 3); (D, 4)\}$
2. Situer le point  $G$  sur la droite  $(DH)$  (faire une figure)

**Exercice 5.**

**7 points**

$ABC$  est un triangle de centre de gravité  $G$ . On définit les points  $P, Q, R, S, U$  et  $V$  par :

$$\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \quad Q = \text{bar}\{(A, 1); (B, 2)\}, \quad \overrightarrow{AR} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}, \quad S = \text{bar}\{(A, 1); (C, 2)\}, \quad \overrightarrow{BU} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}, \quad \overrightarrow{BV} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$$

1. Démontrer que  $P = \text{bar}\{(A, 2); (B, 1)\}$  puis que  $V = \text{bar}\{(C, 2); (B, 1)\}$ .
2. En déduire que  $G$  est le milieu de  $[PV]$
3. Démontrer que  $R$  est le barycentre de  $A$  et  $C$  puis que  $U$  est le barycentre de  $C$  et  $B$  avec des coefficients que l'on précisera.
4. En déduire que  $G$  est le milieu de  $[RU]$
5. Montrer que les droites  $(PV)$ ,  $(RU)$  et  $(SQ)$  sont concourantes en  $G$ . En déduire que  $RPUV$  est un parallélogramme.

