

CORRECTION DS 2 : EQUATIONS ET INÉQUATIONS

Formulaire : On rappelle que :



Identités Remarquables

Pour tous nombres a , b et c on a

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$a(b + c) = ab + ac$$

Exercice 1. Développer les expressions suivantes :

1. $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$
2. $(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$
3. $(3x + 7)(3x - 7) = 9x^2 - 49$
4. $(4x + 3y)^2 = 16x^2 + 24xy + 9y^2$
5. $(5x + 3)^2 - 1 = 25x^2 + 30x + 9 - 1 = 25x^2 + 30x + 8$
6. $(6 - x)^2 + 2(x - 7)^2 = 36 - 12x + x^2 + 2(x^2 - 14x + 49) = 36 - 12x + x^2 + 2x^2 - 28x + 98 = 3x^2 - 40x + 134$

Exercice 2. Factoriser les expressions suivantes :

1. $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$
2. $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$
3. $4x^2 - 49 = (2x - 7)(2x + 7)$
4. $4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$
5. $(5x + 3)^2 - 1 = (5x + 3 - 1)(5x + 3 + 1) = (5x + 2)(5x + 4)$
6. $(6 - x)^2 - (x - 7)^2 = (6 - x + x - 7)(6 - x - x + 7) = -1(13 - 2x)$

Exercice 3. Résoudre les équations suivantes :

1. $2x - 7 = 3 \iff 2x = 10 \iff x = 5$
2. $-4x + 1 = 2x \iff -6x = -1 \iff x = \frac{1}{6}$
3. $\frac{1}{4}x - \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \iff 5x - 8 = 15 \iff 5x = 23 \iff x = \frac{23}{5}$
4. $(2x - 5)(x + 3) = 0 \iff 2x - 5 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 3 = 0 \iff x = \frac{5}{2} \quad \text{ou} \quad x = -3$
5. $x(x + 1) = 0 \iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x + 1 = 0 \iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = -1$
6. $(x + 7)(4x - 8) = 0 \iff x + 7 = 0 \quad \text{ou} \quad 4x - 8 = 0 \iff x = -7 \quad \text{ou} \quad x = 2$

Exercice 4.

1. Résoudre les équations suivantes en développant :

(a) $x(x - 2) = x^2 + 5x - 7 \iff x^2 - 2x = x^2 + 5x - 7 \iff -2x = 5x - 7 \iff -7x = -7 \iff x = 1$

(b) $(x - 1)(x + 2) = x^2 \iff x^2 + 2x - x - 2 = x^2 \iff x - 2 = 0 \iff x = 2$

2. Résoudre les équations suivantes en factorisant :

(a) $x^2 - 81 = 0 \iff (x - 9)(x + 9) = 0 \iff x - 9 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 9 = 0 \iff x = 9 \quad \text{ou} \quad x = -9$

(b) $9x^2 - 6x + 1 = 0 \iff (3x - 1)^2 = 0 \iff 3x - 1 = 0 \iff x = \frac{1}{3}$

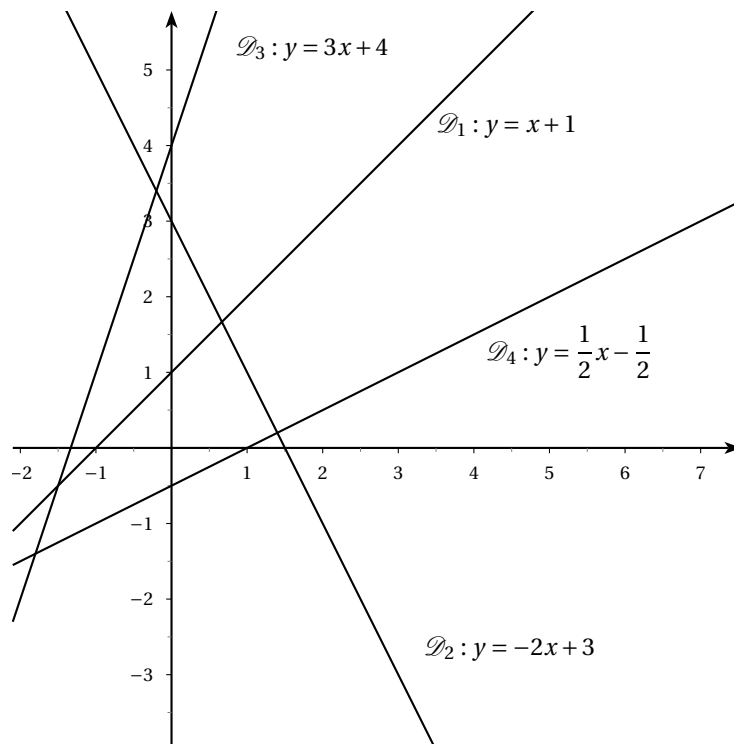
(c) $4x^2 - 8x = 0 \iff x(4x - 8) = 0 \iff x = 0$ ou $4x - 8 = 0 \iff x = 2$ ou $x = 2$

(d) $4x^2 + 12x + 9 = 0 \iff (2x + 3)^2 = 0 \iff 2x + 3 = 0 \iff x = -\frac{3}{2}$

Exercice 5.

1. Tracer, dans un même repère, les droites d_1, d_2, d_3 et d_4 d'équations :

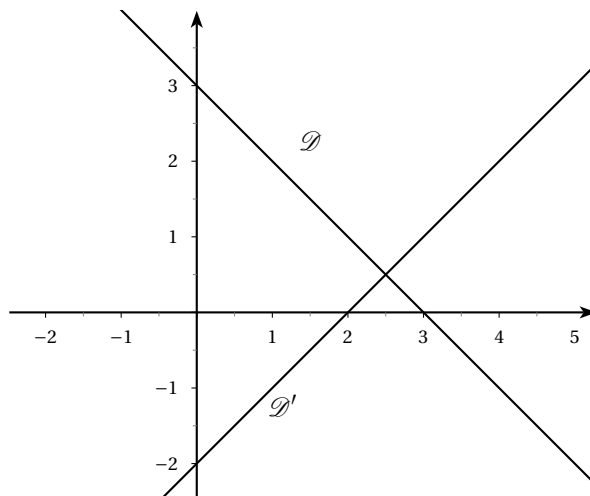
$d_1 : y = x + 1$ $d_2 : y = -2x + 3$ $d_3 : y = 3x - 4$ $d_4 : y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$



2.

x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	-1	1	$1,5$	$+\infty$
$x + 1$		-	0	+		
$-2x + 3$			+		0	-
$3x + 4$		-	0	+		
$\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$			-	0	+	

Exercice 6.



On lit graphiquement :

$$\mathcal{D} : y = -x + 3 \quad \text{et} \quad \mathcal{D}' : y = x - 2$$

Exercice 7.

1. Dresser les tableaux de signes des expressions suivantes :

(a)

x	$-\infty$		1		1.5		$+\infty$
$x - 1$		-	0		+		+
$-2x + 3$		+			+	0	-
$(x - 1)(-2x + 3)$		-	0		+	0	-

(b)

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$x + 1$		-	0		+		+
$x - 1$		-			-	0	+
$\frac{x+1}{x-1}$		+	0		-		+

2. Dédurre des tableaux de signes de la première question les solutions des inéquations suivantes :

(a) $(x - 1)(-2x + 3) \leq 0$, pour $x \in]-\infty; 1] \cup [1.5; +\infty[$

(b) $\frac{x+1}{x-1} > 0$, pour $x \in]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$.

Exercice 8.

1. Notons x le plus des nombres cherchés, on a donc :

$$x + x + 1 + x + 2 = 96 \iff 3x = 96 - 3 \iff 3x = 93 \iff x = \frac{93}{3} = 31$$

Au final on a bien :

$$31 + 32 + 33 = 96$$

2. Soit x ce nombre, on a alors :

$$6x = x + 60 \iff 5x = 60 \iff x = \frac{60}{5} = 12$$

En effet si on multiplie 12 par 6, on obtient 72 et on a bien $12 + 60 = 72!$